

ABORDAREA METODEI EXERGOECONOMICE DE ANALIZĂ TERMODINAMICĂ PE BAZA CONCEPTULUI „EXPOWER”

Prof. dr. ing. Vsevolod RADCENCO*, Ș.l. dr. ing. Elena Eugenia VASILESCU*, Ș.l. ing. Ioan VONICA**

*UNIVERSITATEA POLITEHNICA București, **UNIVERSITATEA „Lucian Blaga” Sibiu

Abstract. This work presents a new method of evaluation of the thermodynamic cycles performances. This evaluation method is based on the new concept of "expower" in the place of the "exergy" criteria; that means the capability of a thermodynamic system to produce continuous mechanical power in real exo - irreversible functioning conditions instead of exergetic, reversible conditions. The "expower" could be a much realistic criteria to define the thermo-economics performances of an energetic system.

1. INTRODUCERE

Modelele de optimizare a sistemelor termice și frigorifice elaborate pe baza termodinamicii în timp finit au introdus ca termen în evaluarea gradului de perfecțiune a ciclurilor termodinamice nu ciclurile ideale endo și exoreversibile, ci variante optime de funcționare ale ciclurilor reale exo și endo-irreversibile descrise în sisteme reale de dimensiuni finite, caracterizate de interacțiuni energetice cu exteriorul cauzate de gradienti de presiune, temperatură, potențial chimic, etc. Interacțiunile energetice se desfășoară în timp real, finit și cu viteză finită. În aceste condiții se impune întrebarea dacă nu cumva noțiunea clasică de exergie care exprimă capabilitatea maximă a unui sistem de a produce în mod ideal, reversibil, lucru mecanic nu reprezintă cumva un criteriu prea „dur” în evaluarea performanțelor termoeconomice ale unei instalații. Un criteriu mult mai realist de evaluare l-ar putea constitui capabilitatea sistemului de dimensiuni finite și cu interacțiuni reale de a produce putere utilă, deci de a produce lucru mecanic real într-un interval de timp finit. Măsura în această apreciere o reprezintă nu exergia ci așa numitul „expower” [7], termen introdus în urma necesității de reevaluare a metodei exergetice, clasice de analiză, prin intermediul restricțiilor impuse de termodinamica în timp finit. Întrucât producerea continuă a puterii mecanice implică o funcționare ciclică a sistemului, noțiunea de „expower” a agentului de lucru va fi redefinită și folosită în optimizarea sistemelor energetice care funcționează pe baza ciclurilor Carnot exo-irreversibile.

2. LUCRU MECANIC ȘI PUTERE MECANICĂ, EXERGIE ȘI EXPOWER

Să utilizăm definiția clasică a exergiei unui fluid care poate fi utilizat ca agent de lucru într-un sistem termic ideal care funcționează pe baza unui ciclu Carnot endo și exoreversibil (fig. 1), cu sursa rece (infinită și izotermică) la nivelul temperaturii mediului ambiant T_0 și sursa caldă (tot infinită și izotermică) la o temperatură mai mare decât cea ambiantă $T_1 > T_0$. Cu p_0 este notată

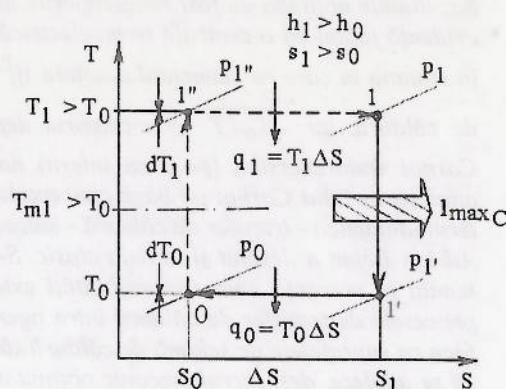


Fig.1. Ciclu Carnot endoreversibil.

presiunea mediului ambiant și atunci se poate observa că exergia termomecanică a fluidului de lucru cu starea 1 în raport cu starea 0 va fi:

$$e_{1-0} = h_1 - h_0 - T_0(s_1 - s_0) = (h_1 - h_0) \left(1 - T_0 \frac{s_1 - s_0}{h_1 - h_0} \right) \quad (1)$$

fiind cunoscut faptul că aceasta reprezintă lucrul mecanic tehnic maxim produs, traseul care asigură obținerea acestuia fiind destinderea adiabată 1-1' și comprimarea izotermă 1'-0 însoțită de cedarea de căldură către sursa rece.

Se va introduce în continuare noțiunea de „temperatură medie convențională (exergetică)” a fluidului care evoluează termodinamic de la starea 1 către starea 0 cu ajutorul relației:

$$T_{m1} = \frac{h_1 - h_0}{s_1 - s_0} > 0 \quad (2)$$

ceea ce va permite scrierea ecuației (1) sub forma:

$$e_{1-0} = (h_1 - h_0) \left(1 - \frac{T_0}{T_{m1}} \right) > 0 \quad (3)$$

Pe de altă parte, se poate exprima exergia fluidului cu starea 0 în raport cu starea 1 cu ajutorul relației:

$$e_{0-1} = h_0 - h_1 - T_1(s_0 - s_1) = (h_0 - h_1) \left(1 - T_1 \frac{s_1 - s_0}{h_1 - h_0} \right) \quad (4)$$

$$e_{0-1} = (h_0 - h_1) \left(1 - \frac{T_1}{T_{m1}} \right) = (h_1 - h_0) \left(\frac{T_1}{T_{m1}} - 1 \right) > 0$$

Și în acest caz, revenirea agentului de la starea 0 către starea 1 se face cu efect util maxim pe traseul 0-1-1 constituit din comprimarea adiabată 0-1" și destinderea izotermă 1"-1 realizată cu absorbție de căldură de la sursa caldă.

Rezultă că într-un ciclu Carnot închis, lucrul mecanic specific produs poate fi calculat prin însumarea exergiei stării 1 în raport cu 0, cu exergia stării 0 în raport cu 1, respectiv:

$$l_{maxC} = e_{1-0} + e_{0-1} = (h_1 - h_0) \frac{T_1 - T_0}{T_{m1}} = (T_1 - T_0)(s_1 - s_0) = \Delta T \cdot \Delta s \quad (5)$$

iar randamentul corespunzător:

$$\eta_C = \frac{l_{maxC}}{q_1} = \frac{\Delta T \cdot \Delta s}{T_1 \cdot \Delta s} = \frac{T_1 - T_0}{T_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1} < 1 \quad (6)$$

Să vedem în continuare ce se întâmplă dacă eliminăm din modelarea evoluției fluidului o parte din ipotezele privind reversibilitatea proceselor, deci caracterul ideal al acestora (fig. 2a,b). Astfel, deși vom continua să privim procesele ca reversibile pe plan intern (cu neglijarea frecărilor gazodinamice și a gradientilor finiți de presiune) dar ireversibile pe plan extern, mai precis cu transferarea către mediul ambiant a unui flux de căldură \dot{Q}_o [W] la o diferență finită între temperatura fluidului T_α și cea a mediului ambiant T_o , diferență care nu poate fi realizată decât în condițiile în care fluidul se destinde adiabat (procesul 1- α din fig. 2a) până la o presiune p_α mai mare decât p_1 , care i-ar fi permis evoluția izotermă, reversibilă, spre starea de echilibru termodinamic cu mediul ambiant. Această stare de echilibru va fi atinsă, în acest caz prin comprimarea izotermă $\alpha - \beta$ cu cedarea căldurii de comprimare către mediul ambiant urmată de destinderea adiabată $\beta - 0$ până la atingerea presiunii și temperaturii mediului ambiant, respectiv p_o și T_o . Cantitatea de fluid este m [kg] iar procesele termodinamice (din fig. 2a) se produc într-un interval de timp finit τ [s] ceea ce permite exprimarea debitului global de fluid cu relația $\dot{m} = m/\tau$ [kg/s].

Ne propunem în continuare să determinăm puterea mecanică maximă P [W] care ar putea fi produsă, pornind de la relația:

$$P_{1-0} = P_{1-\alpha} + P_{\alpha-\beta} + P_{\beta-0} = \dot{m}_0 (l_{1-\alpha} + l_{\alpha-\beta} + l_{\beta-0}) \quad (7)$$

în care:

$$\begin{aligned} 1-\alpha: & l_{1-\alpha} = h_1 - h_\alpha \\ \alpha-\beta: & l_{\alpha-\beta} = T_\alpha (s_\beta - s_\alpha) - (h_\beta - h_\alpha) \\ \beta-0: & l_{\beta-0} = h_\beta - h_0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_0^+ &= \dot{m}_0 T_\alpha (s_\alpha - s_\beta) = \\ &= k_0 A_0 (T_\alpha - T_0) = k_0 A_0 \Delta T_0 \end{aligned}$$

cu precizarea că în cazul fluxului de căldură cedat în comprimarea izotermă s-a introdus pentru exprimarea acestuia și ecuația transferului global de căldură într-un schimbător prin suprafață, ecuație care conține coeficientul global de transfer termic k_0 [W/m²K] și aria suprafeței de transfer A_0 [m²].

Introducând relațiile (8) în ecuația (7) și efectuând prelucrările matematice necesare se va obține:

$$P_{1-0} = \dot{m}_0 (h_1 - h_0) + \dot{m}_0 T_0 \left(1 + \frac{\Delta T_0}{T_0} \right) (s_0 - s_1) \quad (9)$$

Prin introducerea notațiilor:

$$\theta_0 = \frac{\Delta T_0}{T_0}; \quad K_0 = k_0 A_0 \quad (10)$$

în care K_0 [W/K] reprezintă conductanța termică în transferul de căldură de la sursa rece și cu exprimarea debitului masic din ultima ecuație a grupului de relații (8):

$$\begin{aligned} \dot{m}_0 &= \frac{k_0 A_0 (T_\alpha - T_0)}{T_\alpha (s_\alpha - s_\beta)} = \\ &= K_0 \frac{\Delta T_0}{(T_0 + \Delta T_0)(s_1 - s_0)} = \\ &= K_0 \frac{\theta_0}{(1 + \theta_0)(s_1 - s_0)} \end{aligned} \quad (11)$$

ecuația (9) se poate rescrie sub forma:

$$P_{1-0}(\theta_0) = K_0 T_{m1} \frac{\theta_0}{1 + \theta_0} - K_0 T_0 \theta_0 \quad (12)$$

în care T_{m1} [K] este "temperatura medie exergetică" cu semnificația precizată de relația (2).

Se definește în continuare puterea adimensionalizată \bar{P} [-] exprimată conform relației:

$$\bar{P}_{1-0}(\theta_0) = \frac{P_{1-0}}{K_0 T_0} = \frac{T_{m1}}{T_0} \cdot \frac{\theta_0}{1 + \theta_0} - \theta_0 \quad (13)$$

și se observă că această funcție se anulează $\bar{P}_{1-0}(\theta_0) = 0$ pentru două valori ale variabilei, respectiv $\theta_{01} = 0$ și $\theta_{02} = T_{m1}/T_0 - 1$ ceea ce implică posibilitatea existenței unei valori extreme pe intervalul θ_{01}, θ_{02} ; aceasta poate fi găsită din rezolvarea ecuației rezultate din egalarea cu zero a derivatei de ordinul I:

$$\frac{d\bar{P}_{1-0}(\theta_0)}{d\theta_0} = \frac{T_{m1}}{T_0} \cdot \frac{1}{(1 + \theta_0)^2} - 1 = 0 \quad (14)$$

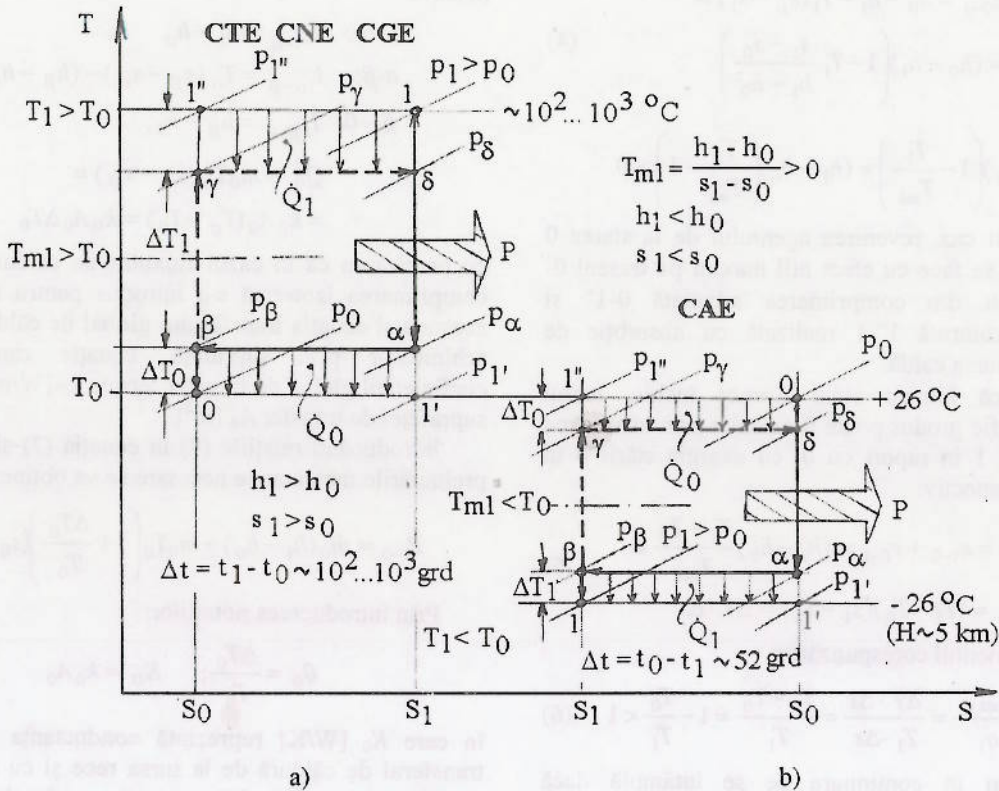


Fig.2. Cicluri Carnot exoreversibile care modelează funcționarea sistemelor:
 a) CTE - centrală termoelectrică, CNE - centrală nucleoelectrică, CGE - centrală geotermoelectrică,
 b) CAE - centrală aeroelectrică.

Deoarece derivata de ordinul II:

$$\frac{d^2(\bar{P}_{1-0}(\theta_0))}{d\theta_0^2} = -2 \frac{T_{m1}}{T_0} \frac{1}{(1+\theta_0)^3} < 0$$

este negativă, rezultă că extremul funcției este de fapt un maxim, deci o valoare maximă a puterii adimensionale atinsă pentru o valoare optimă a variabilei rezultată din rezolvarea ecuației (14), astfel încât:

$$\theta_0^{opt} = \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_0}} - 1 \quad (15)$$

$$\bar{P}_{1-0}^{max} = \bar{P}_{1-0}(\theta_0^{opt}) = \left(\sqrt{\frac{T_{m1}}{T_0}} - 1 \right)^2 \quad (16)$$

Rezultă că valoarea maximă a puterii produse va fi:

$$I_{1-0}^{max} = K_0 T_0 \bar{P}_{1-0}^{max} = K_0 T_0 \left(\sqrt{\frac{T_{m1}}{T_0}} - 1 \right)^2 \quad (17)$$

O valoare optimă a variabilei θ_0 implică însă, conform relației (11) și o valoare optimă a debitului masic:

$$\dot{m}_0^{opt} = \dot{m}_0(\theta_0^{opt}) = K_0 \frac{\theta_0^{opt}}{(1+\theta_0^{opt})(s_1-s_0)} \quad (18)$$

Combinând (17) și (18) și eliminându-l pe K_0 se obține:

$$P_{1-0}^{max} = \dot{m}_0^{opt} T_0 \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_0}} \left(\sqrt{\frac{T_{m1}}{T_0}} - 1 \right) (s_1 - s_0) \quad (19)$$

ceea ce permite introducerea noțiunii de **specific expower** a fluidului cu starea 1 în raport cu starea 0, ca fiind capacitatea maximă a acestuia de a produce putere mecanică atunci când debitul masic și diferența finită de temperatura în transferul termic au valorile optime indicate anterior:

$$e_{P1-0} = \frac{P_{1-0}^{max}}{\dot{m}_0^{opt}} = (h_1 - h_0) \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_{m1}}} \right) = (h_1 - h_0) - T_0 \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_0}} (s_1 - s_0) \quad (20)$$

cu observația că în expresia **specific expower**-ului apare așa numitul „nice radical” cu care deja ne-a familiarizat termodinamica în timp finit.

Diferența între **exergie** drept capacitate de a produce în mod ideal lucru mecanic maxim și **specific expower** drept capacitate (mai redusă) de a produce în mod real putere mecanică maximă la parametri optimi poate fi marcată prin introducerea unui **factor de utilizare a exergiei entalpiei** în condiții optime:

$$\varphi_e = \frac{e_{P1-0}}{e_{1-0}} = \frac{1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_{m1}}}}{1 - \frac{T_0}{T_{m1}}} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{T_0}{T_{m1}}}} < 1 \quad (21)$$

În mod similar cu analiza efectuată în cazul ciclului total reversibil, ideal, se va avea în vedere faptul că producerea ciclică și continuă a puterii mecanice presupune revenirea agentului de lucru la starea inițială, pe traseul $0-\gamma-\delta-1$ (fig. 2a) format din comprimarea adiabată $0-\gamma$, destinderea izotermă $\gamma-\delta$ realizată cu aport de căldură \dot{Q}_1 [W] de la sursa caldă de temperatură T_1 și comprimarea adiabată $\delta-1$.

Ne propunem în continuare să determinăm puterea mecanică maximă produsă pe acest traseu, respectiv :

$$P_{0-1} = P_{0-\gamma} + P_{\gamma-\delta} + P_{\delta-1} = \dot{m}(l_{t0-\gamma} + l_{t\gamma-\delta} + l_{t\delta-1}) \quad (22)$$

traseul fiind compus din:

$$\begin{aligned} 0-\gamma: \quad l_{t0-\gamma} &= h_0 - h_\gamma \\ \gamma-\delta: \quad l_{t\gamma-\delta} &= T_\gamma (s_\delta - s_\gamma) - (h_\delta - h_\gamma) \\ \delta-1: \quad l_{t\delta-1} &= h_\delta - h_1; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= \dot{m}T_\gamma (s_\delta - s_\gamma) = k_1 A_1 (T_1 - T_\delta) = \\ &= k_1 A_1 \Delta T_1 \end{aligned}$$

Ca și în cazul traseului direct, vom obține expresia puterii mecanice pe traseul de revenire, respectiv:

$$P_{0-1} = \dot{m}(h_0 - h_1) + \dot{m}T_1 \left(1 - \frac{\Delta T_1}{T_1}\right) (s_1 - s_0) \quad (24)$$

Prin introducerea notațiilor:

$$\theta_1 = \frac{\Delta T_1}{T_1}; \quad K_1 = k_1 A_1 \quad (25)$$

cu K_1 [W/K] reprezentând conductanța termică în transferul de la sursa caldă și cu exprimarea debitului masic din ultima ecuație a grupului de relații (23):

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{k_1 A_1 (T_1 - T_\delta)}{T_\delta (s_\delta - s_\gamma)} = K_1 \frac{\Delta T_1}{(T_1 - \Delta T_1)(s_1 - s_0)} \\ &= K_1 \frac{\theta_1}{(1-\theta_1)(s_1 - s_0)} \end{aligned} \quad (26)$$

puterea exprimată cu ecuația (24) se poate rescrie sub forma:

$$P_{0-1}(\theta_1) = K_1 T_1 \theta_1 - K_1 T_{m1} \frac{\theta_1}{1-\theta_1} \quad (27)$$

în care T_{m1} [K] este „temperatura medie exergetică” cu semnificația precizată de relația (2).

Puterea adimensionalizată va fi exprimată conform relației:

$$\bar{P}_{0-1}(\theta_1) = \frac{P_{0-1}}{K_1 T_1} = \theta_1 - \frac{T_{m1}}{T_1} \cdot \frac{\theta_1}{1-\theta_1} \quad (28)$$

Se observă că și această funcție se anulează $\bar{P}_{0-1}(\theta_1) = 0$ pentru două valori ale variabilei, respectiv $\theta_1 = 0$ și $\theta_1 = 1 - T_{m1}/T_1$ ceea ce implică posibilitatea existenței unei valori extreme pe intervalul θ_1, θ_1 care poate fi găsită din rezolvarea ecuației rezultate din egalarea cu zero a derivatei de ordinul I:

$$\frac{dP_{0-1}(\theta_1)}{d\theta_1} = 1 - \frac{T_{m1}}{T_1} \cdot \frac{1}{(1-\theta_1)^2} = 0 \quad (29)$$

Deoarece derivata de ordinul II:

$$\frac{d^2(\bar{P}_{0-1}(\theta_1))}{d\theta_1^2} = -2 \frac{T_{m1}}{T_1} \cdot \frac{1}{(1-\theta_1)^3} < 0$$

este negativă, rezultă că extremul funcției și în acest caz reprezintă o valoare maximă a puterii adimensionale, atinsă pentru o valoare optima a variabilei deduse din rezolvarea ecuației (14), astfel încât:

$$\theta_1^{opt} = 1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}} \quad (30)$$

$$\bar{P}_{0-1}^{max} = \bar{P}_{0-1}(\theta_1^{opt}) = \left(1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}}\right)^2 \quad (31)$$

Rezultă că valoarea maximă a puterii produse va fi:

$$P_{0-1}^{max} = K_1 T_1 \bar{P}_{0-1}^{max} = K_1 T_1 \left(1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}}\right)^2 \quad (32)$$

O valoare optimă a variabilei θ_1 implică însă, conform relației (11) și o valoare optimă a debitului masic:

$$\dot{m}_{opt} = \dot{m}(\theta_1^{opt}) = K_1 \frac{\theta_1^{opt}}{(1-\theta_1^{opt})(s_1 - s_0)} \quad (33)$$

Combinând (32) și (33) și eliminându-l pe K_0 se obține:

$$P_{0-1}^{max} = \dot{m}_{opt} T_1 \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}} \left(1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}}\right) (s_1 - s_0) \quad (34)$$

ceea ce permite calculul specific expower-ului pentru fluidul cu starea 0, în raport cu starea 1, ca fiind capabilitatea maximă a acestuia de a produce putere mecanică atunci cînd debitul masic și diferența finită de temperatură în transferul termic au valorile optime indicate anterior:

$$e_{P0-1} = \frac{P_{0-1}^{max}}{\dot{m}_{opt}} = (h_1 - h_0) \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} - 1 \right) \quad (35)$$

Coefficientul de utilizare a exergiei entalpiei în condiții optime, în acest caz, va fi:

$$\varphi_e = \frac{e_{P0-1}}{e_{0-1}} = \frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} - 1}{\frac{T_1}{T_{m1}} - 1} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}}} < 1 \quad (36)$$

Consecințe:

Analiza de optimizare a ciclului Carnot endoreversibil dar exoierversibil, efectuată cu ajutorul conceptului de specific expower permite în final determinarea puterii specifice maxime dezvoltate, prin însumarea lui e_{P1-0} cu e_{P0-1} , adică:

$$P_S^{\max} = e_{P_{1-0}} + e_{P_{0-1}} = (h_1 - h_0) \sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \right) = (h_1 - h_0) \sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} \eta_C^{P_{\max}} \quad (37)$$

Această putere maximă este realizată numai în condițiile în care ciclul este alimentat, de la sursa caldă, cu un flux termic specific optim:

$$q_{1S}^{\text{opt}} = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{m}_{\text{opt}}} = T_1 \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}} (s_1 - s_0) \quad (38)$$

care permite funcționarea cu un randament optim, de putere maximă, respectiv:

$$\eta_C^{P_{\max}} = \frac{P_S^{\max}}{q_{1S}^{\text{opt}}} = 1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} < \eta_C = 1 - \frac{T_0}{T_1} \quad (39)$$

Deoarece ciclul este închis, fără procese de schimb de masă cu mediul ambiant, o condiție suplimentară în realizarea funcționării optime este ca debitul ciclului optim să fie constant, adică:

$$\dot{m}_0^{\text{opt}} = \dot{m}_1^{\text{opt}}; \quad K_0 \frac{1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_{m1}}}}{s_1 - s_0} = K_1 \frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} - 1}{s_1 - s_0} \quad (40)$$

Faptul că o interacțiune termică, în timp finit presupune în mod real o dimensiune finită a suprafeței de transfer de căldură, precum și valori finite ale coeficienților de transfer de căldură (deci valori finite ale conductanțelor termice) poate fi pus într-o ecuație matematică sub forma:

$$K = K_0 + K_1 \quad (41)$$

Dacă vom nota raportul între conductanțele finite ale surselor termice și conductanța totală a sistemului cu $\bar{K}_0 = K_0 / K$; $\bar{K}_1 = K_1 / K$, aceasta ne va permite să calculăm, apelând și la relația (40), raportul optim al conductanțelor adimensionalizate, adică:

$$\frac{\bar{K}_1}{\bar{K}_0} = \frac{\bar{K}_1}{1 - \bar{K}_1} = \frac{1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_{m1}}}}{\sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} - 1} \quad (42)$$

precum și ponderile conductanțelor în conductanța totală a sistemului, respectiv:

$$\begin{aligned} \bar{K}_1 &= \frac{1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_{m1}}}}{\sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \right)} = \frac{\sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}} - \sqrt{\frac{T_0}{T_1}}}{\eta_C^{P_{\max}}} = \\ &= 1 - \frac{1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}}}{\eta_C^{P_{\max}}} = 1 - \frac{1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}}}{1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_1}}} \in (0,1) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\bar{K}_0 = 1 - \bar{K}_1 = \frac{1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}}}{\eta_C^{P_{\max}}} = \frac{1 - \sqrt{\frac{T_{m1}}{T_1}}}{1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_1}}} \in (0,1) \quad (44)$$

Puterea maximă dezvoltată de ciclul Carnot motor analizat va fi:

$$\begin{aligned} P_C^{\max} &= \dot{m}^{\text{opt}} P_S^{\max} = \\ &= K_1 \frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} - 1}{s_1 - s_0} (h_1 - h_0) \sqrt{\frac{T_1}{T_{m1}}} \eta_C^{P_{\max}} = \\ &= K T_1 \bar{K}_1 \bar{K}_0 \eta_C^{P_{\max}} \end{aligned} \quad (45)$$

de unde se observă că puterea adimensionalizată maximă se poate scrie și sub forma:

$$\bar{P}_C^{\max}(\bar{K}_0) = \frac{P_C^{\max}}{K T_1} = \quad (46)$$

$$= \bar{K}_1 \bar{K}_0 \eta_C^{P_{\max}} = \Psi(\bar{K}_0) \eta_C^{P_{\max}}$$

Se observă că funcția:

$$\Psi(\bar{K}_0) = \bar{K}_1 \bar{K}_0 = (1 - \bar{K}_0) \bar{K}_0 \quad (47)$$

care intră în structura relației (46) poate fi maximizată, maxim care se găsește cu ajutorul ecuației:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi(\bar{K}_0)}{d\bar{K}_0} &= 1 - 2\bar{K}_0 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{K}_0^{\text{opt}} &= 1/2 = \bar{K}_1^{\text{opt}} \end{aligned} \quad (48)$$

de unde rezultă că există condiții pentru atingerea unei puteri (adimensionalizate) „maximum-maximorum” atunci când cele două conductanțe termice sunt egale. Aceasta va fi:

$$\begin{aligned} \bar{P}_C^{\max \max} &= \bar{P}_C^{\max}(\bar{K}_0^{\text{opt}}) = \Psi(\bar{K}_0^{\text{opt}}) \eta_C^{P_{\max}} = \\ &= 0,25 \eta_C^{P_{\max}} \end{aligned} \quad (49)$$

Din relația (44) aplicată pentru $\bar{K}_0^{\text{opt}} = 0,5$ rezultă un raport optim între temperatura medie exergetică și temperatura sursei calde, respectiv:

$$\left(\frac{T_{m1}}{T_1} \right)_{\text{opt}} = \left(1 - 0,5 \eta_C^{P_{\max}} \right)^2 \quad (50)$$

ceea ce înseamnă, deoarece temperatura sursei T_1 este impusă, o valoare optimă a temperaturii medii exergetice (modificarea acesteia se poate obține prin modificarea presiunii stării I).

Se constată că funcția

$$\Psi(\bar{K}_0) = \bar{K}_1 \bar{K}_0 = (1 - \bar{K}_0) \bar{K}_0$$

are semnificația unui coeficient de utilizare a puterii și anume:

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{P_C^{\max}}{P_C^{\max \max}} = 4 \bar{K}_1 \bar{K}_0 = \\ &= 4(1 - \bar{K}_0) \bar{K}_0 \in (0,1) \end{aligned} \quad (51)$$

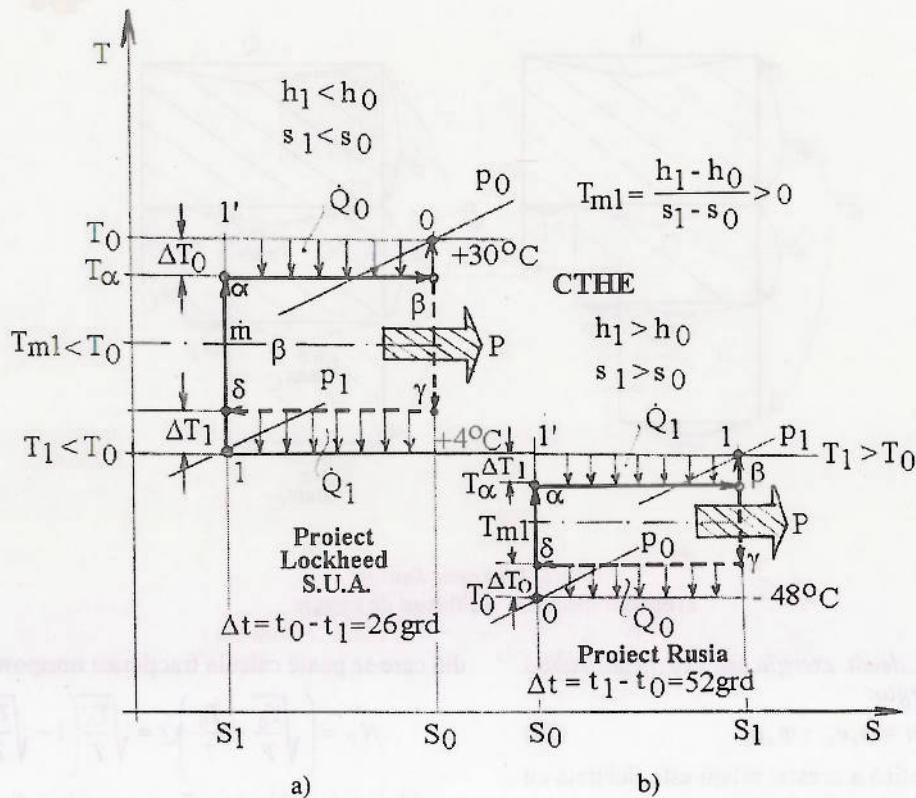


Fig.3. Cicluri Carnot exoierversibile care modelează funcționarea CTHE - centrale termohidroelectrice.

A fost introdusă noțiunea de „temperatură medie convențională (exergetică)” a unui fluid care evoluează termodinamic de la o stare inițială notată de exemplu cu 1 către o stare finală 0 cu ajutorul relației:

$$T_{m1} = \frac{h_1 - h_0}{s_1 - s_0} > 0, \text{ ceea ce înseamnă că se manifestă}$$

capacitate de a produce putere mecanică din partea fluidului respectiv doar dacă variația entalpiei și a entropiei se produce în același sens, crescător sau descrescător (vezi fig. 2a,b și 3a,b).

3. EXERGIE ȘI ANERGIE, EXPOWER ȘI NONPOWER

Considerând energia termomecanică (entalpia) unui fluid ca fiind compusă din **exergie** și **anergie**:

$$h = e_L + a_L; \quad e_L = h - h_0 - T_0(s - s_0) \quad (52)$$

se poate exprima anergia termomecanică, deci partea neutilizabilă a energiei cu ajutorul ecuației:

$$a_L = h - e_L = h_0 + T_0(s - s_0) \quad (53)$$

Am arătat însă că în mod real, în putere mecanică nu poate fi transformată decât fracțiunea **expower** din energia termomecanică respectiv e_P care este inferioară ca valoare lui e_L . Rezultă că este corect să considerăm exergia fluidului ca fiind compusă din **specific expower** și **specific nonpower** conform relației:

$$e_L = e_P + a_P; \quad e_P = h - h_0 - T_0 \sqrt{\frac{T_m}{T_0}}(s - s_0) \quad (54)$$

astă încât fracțiunea netransformabilă în putere, respectiv **specific nonpower** va fi:

$$a_P = e_L - e_P = T_0 \left(\sqrt{\frac{T_m}{T_0}} - 1 \right) (s - s_0) \quad (55)$$

Ca urmare, energia termomecanică a fluidului va fi compusă din:

$$h = e_P + (a_P + a_L) = e_P + a \quad (56)$$

cu a incluzând atât **specific nonpower** cât și **anergia** fluidului:

$$a = a_P + a_L = T_0 \left(\sqrt{\frac{T_m}{T_0}} - 1 \right) (s - s_0) + h_0 + T_0(s - s_0) = h_0 + T_0 \sqrt{\frac{T_m}{T_0}}(s - s_0) \quad (57)$$

Cu **factorul de utilizare** a exergiei termomecanice $\varphi_e < 1$ definit de relația (23) și introducând **factorul de corecție al anergiei**:

$$\varphi_a = \frac{a}{a_L} = \frac{a_P + a_L}{a_L} = \frac{h_0 + T_0 \sqrt{\frac{T_m}{T_0}}(s - s_0)}{h_0 + T_0(s - s_0)} > 1 \quad (58)$$

se poate rescrie relația (56) a energiei termomecanice cu punerea în evidență a faptului că, în mod real fracțiunea

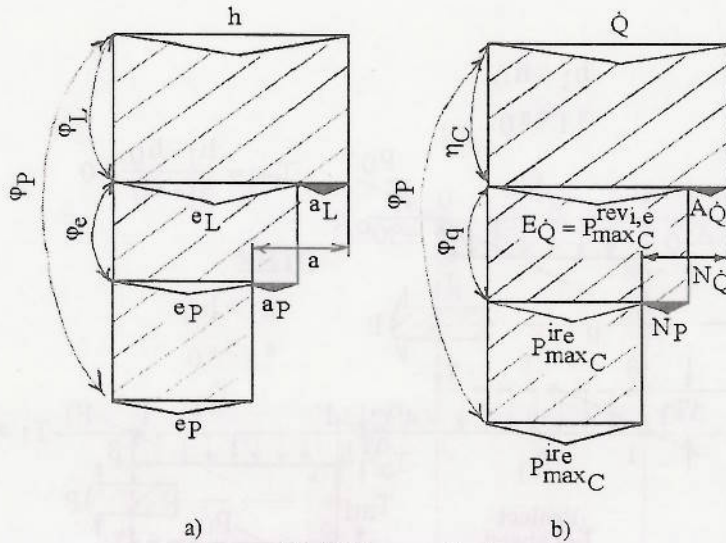


Fig.4. Diagrame Sankey:
a) energii specifice b) fluxuri de energie

utilă este mai mică decât exergia iar cea neutilizabilă mai mare decât anergia:

$$h = \varphi_e e_L + \varphi_a a_L \quad (59)$$

Semnificația grafică a acestei relații este ilustrată cu ajutorul diagramei Sankey din fig. 4a.

În ceea ce privește fluxul de căldură \dot{Q} [W] disponibil la un nivel de temperatură $T > T_0$, acesta poate fi exprimat sub forma:

$$\dot{Q} = E_{\dot{Q}} + A_{\dot{Q}} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \dot{Q} + A_{\dot{Q}} \quad (60)$$

în care $E_{\dot{Q}}$ [W] are semnificația fluxului de exergie disponibil în fluxul de căldură și este egal cu așa numita „putere mecanică ideală” dezvoltată de un ciclu Carnot total reversibil (endo și exoreversibil):

$$\dot{Q} = E_{\dot{Q}} + A_{\dot{Q}}; \quad E_{\dot{Q}} = P_{Carnot}^{rev} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \dot{Q} \quad (61)$$

Fluxul de anergie conținut va fi:

$$A_{\dot{Q}} = \frac{T_0}{T} \dot{Q} \quad (62)$$

Conform termodinamicii în timp finit [7] aplicată ciclului Carnot endoreversibil dar exoreversibil (irreversibil pe plan extern), puterea maximă dezvoltată de acesta în condiții optime, respectiv expower este:

$$P_{max\ Carnot}^{irev} = \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T}}\right) \dot{Q} \quad (63)$$

Rezultă că se poate exprima fluxul de exergie, ca și în cazul anterior ca fiind compus din expower și nonpower:

$$E_{\dot{Q}} = P_{max\ Carnot}^{irev} + N_P = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \dot{Q} = \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T}}\right) \dot{Q} + N_P \quad (64)$$

din care se poate calcula fracțiunea nonpower:

$$N_P = \left(\sqrt{\frac{T_0}{T}} - \frac{T_0}{T}\right) \dot{Q} = \sqrt{\frac{T_0}{T}} \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T}}\right) \dot{Q} \quad (65)$$

Fluxul de căldură va fi compus deci din:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= P_{max\ Carnot}^{irev} + N_P + A_{\dot{Q}} = \\ &= P_{max\ Carnot}^{irev} + N_{\dot{Q}} \end{aligned} \quad (66)$$

în care fracțiunea neutilizabilă în mod real:

$$\begin{aligned} N_{\dot{Q}} &= N_P + A_{\dot{Q}} = \\ &= \sqrt{\frac{T_0}{T}} \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T}}\right) \dot{Q} + \frac{T_0}{T} \dot{Q} = \sqrt{\frac{T_0}{T}} \dot{Q} \end{aligned} \quad (67)$$

Cu ajutorul coeficientului de utilizare a exergiei căldurii definit sub forma:

$$\varphi_q = \frac{P_{max\ Carnot}^{irev}}{E_{\dot{Q}}} = \frac{1 - \sqrt{\frac{T_0}{T}}}{1 - \frac{T_0}{T}} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{T_0}{T}}} < 1 \quad (68)$$

și introducând coeficientul de corecție al anergiei căldurii:

$$\varphi_N = \frac{N_{\dot{Q}}}{A_{\dot{Q}}} = \frac{\sqrt{\frac{T_0}{T}} \dot{Q}}{\frac{T_0}{T} \dot{Q}} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} > 1 \quad (69)$$

se poate corecta relația (61) punând în evidență că fracțiunea utilă în mod real din fluxul de căldură este mai mică decât fluxul de exergie iar cea neutilizabilă este mai mare decât fluxul de anergie, adică:

$$\dot{Q} = \varphi_q E_{\dot{Q}} + \varphi_N A_{\dot{Q}} \quad (70)$$

Semnificația grafică a acestei relații este ilustrată cu ajutorul diagramei Sankey din fig. 4b.

În plus, în fig. 4 a) și b) apare coeficientul φ_P care exprimă fracțiunea din forma de energie (entalpia) sau transfer de energie (căldura) transformabilă în putere mecanică în condiții de ireversibilitate externă a proceselor termodinamice. Astfel în fig. 3 a), în cazul analizei structurii energiei termomecanice:

$$\varphi_P = \frac{e_P}{h} = \frac{e_P}{e_L} \cdot \frac{e_L}{h} = \varphi_e \varphi_L < \varphi_L \quad (71)$$

Iar în fig. 3 b), în cazul analizei structurii fluxului de căldură:

$$\begin{aligned} \varphi_P &= \frac{P_{\max}^{irev} \text{ Carnot}}{\dot{Q}} = \frac{P_{\max}^{irev} \text{ Carnot}}{E_{\dot{Q}}} \cdot \frac{E_{\dot{Q}}}{\dot{Q}} = \\ &= \frac{P_{\max}^{irev} \text{ Carnot}}{P_{\text{Carnot}}^{rev}} \cdot \frac{P_{\text{Carnot}}^{rev}}{\dot{Q}} = \varphi_q \eta_{\text{Carnot}} < \eta_{\text{Carnot}} \end{aligned} \quad (72)$$

4. CONCLUZII

Formele de energie neordonată, precum entalpia sau de transfer de energie neordonată, precum căldura au capacitate limitată de a fi transformate în lucru mecanic ca efect util. Ca măsură maximă a transformabilității în lucru mecanic, până în prezent a fost utilizată exergia, atâta doar că niciodată aceasta nu poate fi integral folosită, datorită ipotezelor legate de reversibilitatea proceselor care ar permite conversia exergiei în mișcare. Doar o fracțiune din exergie, numită „expower” poate fi în mod real convertită în putere mecanică, deci în lucru mecanic produs în timp finit, această fracțiune având valoare maximă în condiții optime de desfășurare a interacțiunilor. Această valoare maximă reprezintă un criteriu mult mai realist în aprecierea performanțelor termoeconomice ale unui sistem, dat fiind faptul că „în mod natural” acesta nu este capabil să producă mai mult. Este posibil ca în urma unei analize exergice, clasice, efectuată asupra a două sisteme termodinamice diferite, să rezulte că cel care are randament exergetic mai ridicat este de fapt mai puțin eficient decât celălalt; acesta din urmă ar putea avea un indice de utilizare al „expower”-ului mai ridicat decât primul și deci să fie mai eficient, chiar dacă randamentul lui exergetic este mai redus. Partea din exergie care poate fi efectiv transformată în „expower” este pusă în evidență de așa numitul factor de utilizarea a exergiei (fie exergie termomecanică fie exergie a căldurii) propus în această lucrare și care are formula matematică:

$$\varphi_{e,q} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{T_f}{T_m}}} < 1 \quad (73)$$

în care T_f reprezintă temperatura finală a agentului în evoluția lui termodinamică de la o stare inițială de echilibru către una finală.

Considerând fluidul ciclat gaz perfect, temperatura medie exergetică va fi:

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{h_i - h_f}{s_i - s_f} = \frac{c_p(T_i - T_f)}{c_p \ln \frac{T_i}{T_f} - R \ln \frac{p_i}{p_f}} = \\ &= T_f \frac{\frac{T_i}{T_f} - 1}{\ln \frac{T_i}{T_f} - \frac{k-1}{k} \ln \frac{p_i}{p_f}} \end{aligned} \quad (74)$$

Dacă vom nota cu $\tau = T_i / T_f$ și $\pi = p_i / p_f$, atunci:

$$\begin{aligned} T_m(\tau, \pi) &= T_f \frac{\tau - 1}{\ln \tau - \frac{k-1}{k} \ln \pi} = \\ &= T_f \frac{\tau - 1}{\ln \tau - \ln \pi \frac{k-1}{k}} = T_f \frac{\tau - 1}{\ln \frac{\tau}{\tau_s}} \end{aligned} \quad (75)$$

unde $\tau_s = \pi^{\frac{k-1}{k}}$ (raport de creștere adiabată a temperaturii), ceea ce va permite exprimarea factorului de utilizare a exergiei ca funcție de variabilele τ și π :

$$\begin{aligned} \varphi_{e,q}(\tau, \pi) &= \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{T_f}{T_m(\tau, \pi)}}} = \\ &= \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\ln \tau - \ln \pi \frac{k-1}{k}}{\tau - 1}}} < 1 \end{aligned} \quad (76)$$

Formula (48) permite reprezentarea grafică (fig. 5) a factorului de utilizarea a exergiei punând în evidență variația acestuia pe diverse domenii de temperatură și presiune. Reprezentarea grafică a fost efectuată cu τ ca variabilă și π ca parametru.

Se observă faptul că valoarea $\tau = 1$, ceea ce înseamnă o temperatură inițială a fluidului purtător de energie egală cu cea finală $T_i = T_f$, introduce puncte de discontinuitate în evoluția funcției $\varphi_{e,q}$ la diverse valori ale parametrului π .

Se mai observă că alura funcției este diferită în 4 cazuri distincte și anume:

I) $\pi > 1$ $\tau > 1$ când starea finală este caracterizată de presiune și de temperatură mai coborâte decât ale stării inițiale; în acest caz, se observă că valoarea factorului exergetic scade brusc pe măsură ce τ crește, înregistrând un minim, urmat de o creștere nu foarte spectaculoasă după depășirea acestei valori minime;

II) $\pi < 1$ $\tau > 1$ când starea finală are presiune mai ridicată dar temperatură mai scăzută decât starea inițială. Factorul exergetic are o creștere rapidă imediat ce τ depășește valoarea 1, urmată de o creștere mai lentă cu valori care se apropie de cele caracteristice primului caz (când $\pi > 1$);

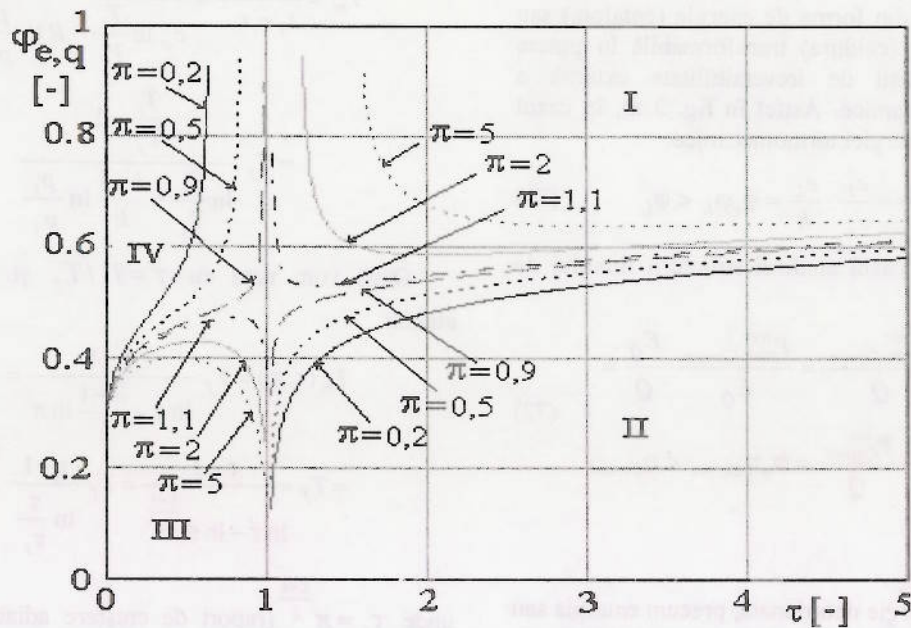


Fig.5. Variația factorului de utilizare a exergiei.

III) $\pi > 1$ $\tau < 1$ când starea finală are presiune mai coborâtă dar temperatură mai ridicată decât starea inițială. Se observă că factorul exergetic are o valoare maximă după care începe să scadă pe măsură ce τ se apropie de valoarea 1;

IV) $\pi < 1$ $\tau < 1$ când starea finală are presiune mai mare și temperatură mai mare decât starea inițială. Factorul exergetic crește rapid pe măsură ce τ se apropie de valoarea 1.

BIBLIOGRAFIE

[1] Curzon, L., Ahlborn, B., *Efficiency of a Carnot Engine at Maximum Power Output*, Am. J. Phys., vol. 43, 22-24, 1975.

[2] Novikov, I., *The Efficiency of atomic power stations* (translated from Atomnaya Energiya, No. 11, 409), 1958.

[3] Chambadal, P., *Les centrales nucleaires*, Armand Colin, 41-58, Paris, 1957.

[4] El-Wakil, M., *Nuclear Power Engineering*, McGraw-Hill Book Company, New York, 162-165, 1962.

[5] Feidt, M., *Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés*, Technique et Documentation, Lavoisier, Paris, 1987.

[6] Bejan, A., *Termodinamică tehnică avansată*, Editura Tehnică, București, 1996.

[7] Radcenco, V., *Generalized Thermodynamics*, Editura Tehnică, București, 1994.

[8] Radcenco, V., *Corrélation entre puissance, economicité et génération d'entropie dans les systèmes thermo-énergétiques et frigorifiques*, Séminaire, LEMTA-ENSEM, L'INPL, Nancy, France, 1999.

