

ANALIZA ENTROPICĂ LOCALĂ A PROCESULUI DE DESTINDERE A GAZELOR ÎN REȚELELE DE PALETE RĂCITE ALE TURBINEI

S.l. dr. ing. Dorin STANCIU*, Prof. dr. ing. Mircea MARINESCU*, Prof. dr. ing. Florea CHIRIAC**

*UNIVERSITATEA POLITEHNICA București, **UNIVERSITATEA TEHNICĂ DE CONSTRUCȚII București

Abstract. This paper deals with the second law analysis of compressible turbulent flow through a cooled high stagger turbine passage. The mathematical model of flow includes the full form of averaged Navier-Stokes system of equations at which the "Low Reynolds Number" formulations of the two equations $K-\epsilon$ or $K-\omega$ turbulence models are added. The mathematical model of flow irreversibilities is obtained by averaging the instantaneous volumetric rate of entropy generation. The averaging result shows that the fluctuating field of flow properties generates at the mean motion level new kinds of irreversibilities that have significant influence on the exergy dissipation mechanisms. The numerical tests performed in this paper emphasize that the accuracy of flow irreversibility prediction strongly depends on the turbulence model behavior in simulating the boundary layer transition from laminar to turbulent flow as well as the relaminarisation.

1. INTRODUCERE

Destinderea gazelor în rețelele de palete ale turbinei reprezintă unul din cele mai importante procese termogazodinamice care se desfăsoără în instalațiile de turbine cu gaze (ITG). În general, turbinele ITG sunt alcătuite din una sau mai multe trepte, fiecare conținând o rețea de palete fixe (RPF) și o rețea de palete mobile (RPM). La nivelul treptei de turbină disipațiile exergiei se datorează irreversibilităților principale și secundare (Pimsner, 1988). Irreversibilitățile principale sunt cauzate de fenomenele de frecare vâscoasă, de undele de soc și de desprinderile stratului limită. Irreversibilitățile secundare sunt determinate de vârtejurile care apar la extremitățile paletelor de turbină și de componenta radială a curgerii din rotorul treptei.

Necesitatea creșterii puterii specifice a ITG a impus mărirea temperaturii gazelor la intrarea în turbină. Acest lucru a fost posibil datorită utilizării schemelor de răcire ale paletelor statorice și rotorice. Transferul de căldură dintre gaze și paleta de turbină reprezintă însă altă sursă de irreversibilitate a procesului de destindere, care poate fi încadrată în categoria irreversibilităților principale. În plus, fluxul de căldură transferat agentului de răcire al paletelor reprezintă o alta pierdere importantă de exergie.

Această lucrare își propune să analizeze irreversibilitățile vâscoase și termice care însotesc procesul de destindere a gazelor în rețelele de palete răcite ale turbinei. Pentru studiu va fi utilizată o rețea plană, care se obține prin desfășurarea intersecției unei suprafețe cilindrice cu RPF și RPM. Prin utilizarea rețelei plane, curgerea gazelor în treapta de turbină devine bidimensională, însă această simplificare înălțătură posibilitatea modelării numerice a irreversibilităților secundare.

2. ANALIZA CLASICĂ A IREVERSIBILITĂȚILOR

Din punct de vedere termodinamic, procesul real de destindere este analizat prin comparație cu destinderea isentropică și destinderea ideală reversibilă. În fig. 1 toate aceste procese sunt reprezentate în coordonate h-s. Diagrama din fig. 1 se referă la procesul de destindere în RPF. În cazul destinderii în RPM, stările frâname și parametrii corespunzători acestor stări corespund mișcării relative. Procesul ideal de destindere a gazelor în RPF sau RPM este isentropic. Datorită transferului de căldură de la gaze către paletele de turbină, starea finală a procesului ideal neisentropic al destinderii, 2_{id} se află în stânga isentropei stării initiale 1^* . Procesul real este caracterizat de irreversibilități de natură vâscoasă și termică, care au ca efect deplasarea stării finale a procesului real 2, în dreapta stării ideale neisentropice 2_{id} .

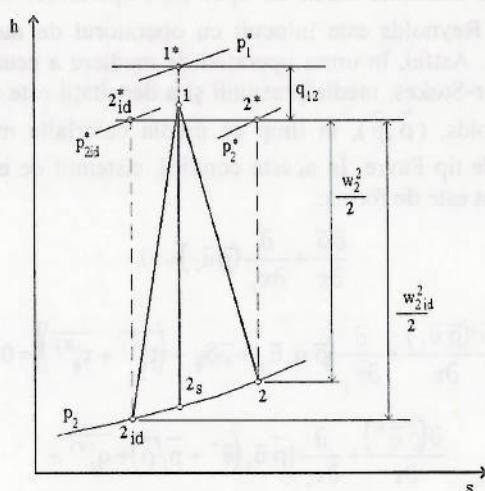


Fig. 1. Diagrama h-s a destinderii.

În termodinamica clasică, ireversibilitățile procesului de destindere a gazelor în rețelele de palete de turbină sunt estimate cu ajutorul coeficientilor de performanță. Aceștia măsoară abaterea procesului real de destindere față de procesul isentropic. Dintre multitudinea coeficientilor de performanță se amintesc aici numai *coeficientul pierderii de vitează*:

$$\varphi = \frac{w_2}{w_{2id}} \quad (1)$$

și *coefficientul pierderii presiunii totale*:

$$C_1 = \frac{p_1^* - p_2^*}{p_2^* - p_2} \quad (2)$$

Definițiile celorlalți coeficienți pot fi găsite fără greutate în literatura de specialitate. Coeficienții de performanță nu sunt însă independenți. Este ușor de demonstrat că valoarea oricăruiu dintre ei este suficientă pentru calculul celorlalți.

3. MODELUL MATEMATIC AL CURGERII

Fenomenele de turbulentă sunt caracterizate de apariția unor fluctuații aleatoare ale mărimilor de stare în jurul unei valori medii. Din acest motiv o curgere turbulentă poate fi caracterizată într-o primă aproximatie prin două scări temporale: o scară temporală a fluctuațiilor τ_f și o scară temporală a mediei τ . Pentru calculul unor proprietăți globale ale curgerilor, cum ar fi coeficienții de frecare, coeficienții de poratanță, fluxuri de căldură transferate etc., scara temporală a fluctuațiilor poate fi neglijată. În fapt, neglijarea acestei scări reprezintă separarea unei mărimi fluctuante de valoarea sa medie și se realizează prin procedeele de mediere.

3.1. Sistemul de ecuații Navier-Stokes

În cazul curgerilor compresibile, medierea ecuațiilor Navier-Stokes se face cu operatorul Reynolds deoarece acesta comută cu operatorul de derivare. Pentru mărimile medii de tipul $\bar{\rho}\bar{u}$, operatorul de mediere Reynolds este înlocuit cu operatorul de mediere Favre. Astfel, în urma operației de mediere a ecuațiilor Navier-Stokes, media presiunii și a densității este de tip Reynolds, $(\bar{\rho}, \bar{p})$, în timp ce media celorlalte mărimi este de tip Favre. În aceste condiții, sistemul de ecuații mediat este de forma:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{u}_i) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{p} \delta_{ij} - \left(\bar{\tau}_{ij}^{(V)} + \bar{\tau}_{ij}^{(R)} \right) \right] = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{\epsilon}^*)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_i} [\bar{\rho} \bar{u}_i (\tilde{\epsilon}^* + \bar{p}/\bar{\rho}) + \bar{q}_i^{(V)} + \\ + \bar{q}_i^{(R)} - (\bar{\tau}_{ij}^{(V)} + \bar{\tau}_{ij}^{(R)}) \bar{u}_j] = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

În relațiile de mai sus:

$$\bar{\tau}_{ij}^{(V)} = \mu_V \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right] \quad (6a)$$

$$\bar{q}_i^{(V)} = -\lambda_V \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = \frac{\mu_V c_p}{Pr} \quad (6b)$$

reprezintă tensorul tensiunilor vâscoase, respectiv vectorul fluxului de căldură din curgerea medie, iar:

$$\bar{\tau}_{ij}^{(R)} = -\bar{\rho} \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' ; \bar{q}_i^{(R)} = -\bar{\rho} \bar{u}_i'' \bar{h}'' \quad (7a,b)$$

sunt tensorul tensiunilor Reynolds (tensorul tensiunilor aparente), respectiv vectorul fluxului aparent de căldură. Acestea din urmă reprezintă contribuțiile fluctuațiilor turbulentă la transferul difuziv de impuls și energie din curgerea medie.

3.2. Modele de turbulentă

În sistemul de ecuații (3)-(5) tensorul tensiunilor Reynolds (7a) și vectorul fluxului aparent de căldură (7b) reprezintă noi necunoscute, pentru determinarea cărora sunt necesare ecuații suplimentare. Aceste ecuații fac obiectul modelelor de turbulentă. Cele mai cunoscute modele de turbulentă utilizează ipoteza lui Boussinesq:

$$\bar{\tau}_{ij}^{(R)} = \mu_T \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} K \quad (8a)$$

$$\bar{q}_i^{(R)} = -\lambda_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = -\frac{\mu_T c_p}{Pr_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad (8b)$$

unde μ_T , λ_T și Pr_T reprezintă în ordine vâscozitatea dinamică turbulentă, conductivitatea turbulentă, numărul Prandtl turbulent, iar $K = \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{u}_i'' \bar{u}_i'' / \bar{\rho}$ este energia cinetică a fluctuațiilor turbulentă. Înănd cont că numărul Prandtl turbulent, $Pr_T = v_T/a_T = \mu_T c_p / \lambda_T$, care apare în relația (8b) poate fi considerat într-o primă aproximare constant, (de exemplu pentru aer $Pr_T=0,85$), modelele de turbulentă care au la bază ipoteza Boussinesq trebuie să precizeze doar modul de calcul al vâscozității turbulentă $\mu_T = \rho v_T$. Pentru această lucrare au fost selectate formulele de tipul "Low Reynolds Number" (LRN) și "Two Layer" (DST) ale modelelor de turbulentă $K-\epsilon$ și $K-\omega$, care permit integrarea sistemului de ecuații până la nivelul frontierei solide.

3.2.1. Variantele LRN ale modelului $K-\epsilon$

Modelul $K-\epsilon$ utilizează pentru calculul vâscozității turbulentă relația Prandtl-Kolmogorov. Neglijând efectele adiționale ale compresibilității asupra ecuațiilor energiei cinetice turbulentă și disipației turbulentă, care își manifestă influență în cazul curgerilor hipersonice, forma generală a acestei relații este (Patel et al. 1985):

$$\mu_T = \bar{\rho} C_\mu f_\mu K^2 / \hat{\epsilon} \quad (9)$$

$$\epsilon = \hat{\epsilon} + D \quad (10)$$

unde ε este viteza disipației turbulente, iar $\hat{\epsilon}$ reprezintă o variabilă auxiliară, obținută prin translația lui ε . Schimbarea de variabilă este efectuată în scopul evitării condiției la limită naturale la perete: $\varepsilon_w = v(\partial^2 K / \partial y^2)_w$, care necesită calculul derivatei de ordinul doi a lui K și poate produce instabilități numerice neprevăzute. Relația Prandtl-Kolmogorov (9) este completată de ecuațiile cu derivate parțiale ale lui K și $\hat{\epsilon}$ (Patel et al., 1985):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} K) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_i K - \left(\mu_v + \frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_i} \right] = P_K - \bar{\rho} \varepsilon \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\bar{\rho} \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_i \varepsilon - \left(\mu_v + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] = \\ = \bar{\rho} C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{K} P_K - \bar{\rho} C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{K} + E \end{aligned} \quad (12)$$

unde: $P_K = \tau_{ij}^{(R)} \partial \tilde{u}_i / \partial x_j$ reprezintă termenul de producție al energiei cinetice turbulente, iar E este un termen aditional, care apare datorită schimbării de variabilă (10).

În relațiile (9)-(12) mărimele C_μ , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_K și σ_ε sunt constante adimensionale, iar f_μ , f_1 și f_2 reprezintă funcții de amortizare, care țin cont de influența exercitată de frontiera solidă asupra fenomenelor de turbulentă. Valorile constantelor și forma funcțiilor de amortizare depind de varianta utilizată. Pentru lucrarea de față au fost selectate variantele LRN ale lui Chien (LRN K- ε CH) și Fan-Laksminarayana-Barnett (LRN K- ε FLB). Valorile constantelor precum și expresiile funcțiilor de amortizare corespunzătoare celor două variante pot fi găsite în lucrările lui Chien (1982) și Fan et al. (1993).

3.2.2. Varianta celor două straturi (DST K- ε)

Modelul celor două straturi (Wolfsthein, 1969) ia în considerare existența celor două regiuni distincte ale curgerii. În stratul de $Re_y = K^{1/2} y / v_v$ mare ($>250-300$), modelul utilizează varianta K- ε standard, deoarece în aceste regiuni ale curgerii expresia Prandtl-Kolmogorov (cu $f_\mu=1$) și ecuația de transfer a disipației turbulente (cu $f_1=f_2=1$) sunt aplicabile. În stratul de Re_y mic modelul păstrează numai ecuația energiei cinetice turbulente (11), pentru care condiția la limită pe frontiera solidă a curgerii este $K_w=0$. Vâscozitatea turbulentă se determină din expresia:

$$v_T = C_\mu L_\mu \sqrt{K} \quad (13)$$

iar disipația turbulentă din relația algebraică:

$$\varepsilon = K^{3/2} / L_\varepsilon \quad (14)$$

Scările de lungime L_μ și L_ε se calculează cu expresiile:

$$L_\mu = \kappa y C_\mu^{-3/4} [1 - \exp(-Re_y / A_\mu)] \quad (15)$$

$$L_\varepsilon = \kappa y C_\mu^{-3/4} [1 - \exp(-Re_y / A_\varepsilon)] \quad (16)$$

unde $\kappa=0,415$, $A_\mu=70$, $A_\varepsilon=2\kappa C_\mu^{-3/4}$, iar y reprezintă distanța până la frontiera solidă cea mai apropiată. Racordarea dintre cele două straturi se face la $Re_y=250-300$. Pe frontierele solide ale curgerii, se folosesc condițiile la limită $K_w=0$ și $\varepsilon_w=0$.

3.2.3. Variantele LRN ale modelului K- ω

Modelele K- ω adaptate regiunilor de Re_y mic ale curgerii (LRN K- ω) pot fi puse sub următoarea formă generală (Wilcox, 1993):

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu f_K f_{CK} K} \quad (17)$$

$$\mu_T = \bar{\rho} f_\mu \frac{K}{\omega} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} K) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_i K - \left(\mu_v + \frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_i} \right] = \\ = \tau_{ij}^{(R)} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - C_\mu f_K f_{CK} \bar{\rho} K \omega \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\bar{\rho} \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_i \omega - \left(\mu_v + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] = \\ = C_{\omega 1} f_{\omega 1} \bar{\rho} P_K \frac{\omega}{K} - C_{\omega 2} f_{\omega 2} f_{C\omega 2} \bar{\rho} \omega^2 \end{aligned} \quad (20)$$

În ecuațiile anterioare, C_μ , $C_{\omega 1}$, $C_{\omega 2}$, σ_K , și σ_ω reprezintă constantele modelului, iar f_K , f_μ , $f_{\omega 1}$ și $f_{\omega 2}$ sunt funcțiile de atenuare. Valorile constantelor, precum și forma funcțiilor de atenuare pot fi găsite în lucrarea lui Wilcox (1993). Ecuațiile (17)-(20) nu au însă un caracter absolut de generalitate. Există variante ale modelului LRN K- ω care, datorită modului de definire a variabilei ω , nu se pot pune exact sub forma sugerată de ecuațiile anterioare. În acest caz este mai corectă formularea de variante ale modelului K- ω , decât de variante de corecție corespunzătoare regiunilor de Re_y mici ale curgerii.

4. MODELUL MATEMATIC AL IREVERSIBILITĂȚILOR

Conform formulării locale a teoremei Gouy-Stodola, (Stanciu, 1999) media Reynolds a vitezei volumice de generare a entropiei evidențiază irreversibilitățile curgerii medii. Expressia sursei mediate a entropiei se obține prin utilizarea metodelor clasice de mediere, rezultând:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{gen}^{(\Omega)} = \frac{\partial \tilde{u}_i / \partial x_j}{\tilde{T}} \frac{\tau_{ji}^{(V)}}{1 + T''/\tilde{T}} + \frac{1}{\tilde{T}} \frac{\tau_{ji}^{(V)} \partial \tilde{u}_i'' / \partial x_j}{1 + T''/\tilde{T}} + \\ + \frac{\partial \tilde{T} / \partial x_j}{\tilde{T}^2} \frac{\lambda \partial T / \partial x_j}{(1 + T''/\tilde{T})^2} + \frac{1}{\tilde{T}^2} \frac{\lambda}{(1 + T''/\tilde{T})^2} \frac{\partial T / \partial T''}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (21)$$

Ecuăția de mai înainte poate fi simplificată introducând câteva ipoteze suplimentare. Astfel, folosind ipoteza lui Morkovin (vezi Favre, 1976), conform căreia în curgerile nehipersonice cu transfer moderat de căldură fluctuațiile temperaturii frâname sunt neglijabile, se poate admite că:

$$T''/\tilde{T} < 1 \quad (22)$$

ceea ce permite dezvoltarea în serie a expresiei $(1 + T''/\tilde{T})^{-1}$. În consecință:

$$\frac{1}{\tilde{T}(1 + T''/\tilde{T})} = \frac{1}{\tilde{T}} - \frac{T''}{\tilde{T}^2} + \frac{T''^2}{\tilde{T}^3} - \dots \quad (23a)$$

o relație analoagă obținându-se și pentru numitorul $\tilde{T}^2(1 + T''/\tilde{T})^2$, care capătă forma:

$$\frac{1}{\tilde{T}^2(1 + T''/\tilde{T})^2} = \frac{1}{\tilde{T}^2} \left(1 - \frac{T''}{\tilde{T}} + \frac{T''^2}{\tilde{T}^2} - \dots \right)^2 \quad (23b)$$

Folosind expresiile (23), relația (21) devine:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} = & \frac{\bar{\tau}_{ji}^{(V)}}{\tilde{T}} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\tilde{T}} \bar{\tau}_{ji}^{(V)} \frac{\partial \tilde{u}_i''}{\partial x_j} + \bar{\Delta}_{S,V}'' + \\ & + \lambda_v \frac{\overline{\partial T / \partial x_j}}{\tilde{T}^2} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} + \frac{\alpha}{\tilde{T}^2} c_p \rho \frac{\partial T}{\partial x_j} \frac{\partial T''}{\partial x_j} + \bar{\Delta}_{S,Q}'' \end{aligned} \quad (24)$$

unde termenii $\bar{\Delta}_{S,V}''$ și $\bar{\Delta}_{S,Q}''$ sunt formați din toate corelațiile care conțin puteri ale lui (T''/\tilde{T}) , obținute prin dezvoltarea în serie a numitorilor $\tilde{T}(1 + T''/\tilde{T})$ respectiv $\tilde{T}^2(1 + T''/\tilde{T})^2$. Ecuția (24) sugerează faptul că ireversibilitățile curgerilor turbulentă au o structură mult mai complicată decât în cazul curgerilor laminare. Neglijând corelațiile $\bar{\Delta}_{S,V}''$ și $\bar{\Delta}_{S,Q}''$, expresia mediată a vitezei volumice de generare a entropiei poate fi descompusă în şase termeni, primii trei fiind de natură vâscoasă, ceilalți de proveniență termică:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} = & \left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{VM} + \left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{VC} + \left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{VT} + \\ & + \left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{QM} + \left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{QC} + \left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{QT} \end{aligned} \quad (25)$$

Primul termen al relației anterioare modelează ireversibilitățile vâscoase generate în curgerea medie de gradienții componentelor vitezei și reprezintă omologul funcției de dispare din curgerea laminară:

$$\left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{VM} = \frac{1}{\tilde{T}} \bar{\tau}_{ji}^{(V)} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\tilde{T}} \bar{\tau}_{ji}^{(V)} \frac{\partial \tilde{u}_i''}{\partial x_j} \quad (26)$$

Influența compresibilității se manifestă prin prezența termenului:

$$\left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{VC} = \frac{1}{\tilde{T}} \bar{\tau}_{ji}^{(V)} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (27)$$

În cazul curgerii incompresibile, fluctuațiile Favre devin fluctuații Reynolds, iar media temporală a acestora este nulă, astfel că $\bar{\tau}_{ji}^{(V)} = 0$. Cel de-al treilea termen

component al vitezei volumice medii de generare a entropiei corespunde ireversibilităților cauzate de disiparea prin vâscozitate a energiei cinetice turbulente:

$$\left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{VT} = \frac{1}{\tilde{T}} \bar{\tau}_{ji}^{(V)} \frac{\partial \tilde{u}_i''}{\partial x_j} = \frac{\bar{\rho} \epsilon}{\tilde{T}} \quad (28)$$

ultima egalitate rezultând din definiția disipației turbulente pentru curgerile compresibile (Wilcox, 1993). Cel de-al patrulea termen este rezultatul ireversibilităților termice generate de curgerea medie:

$$\left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{QM} = \frac{\alpha c_p \bar{\rho}}{\tilde{T}^2} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (29)$$

Efectul compresibilității este prezent și aici prin termenul:

$$\left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{QC} = \frac{\alpha c_p}{\tilde{T}^2} \bar{\rho} \frac{\partial \tilde{T}''}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{T}''}{\partial x_j} \quad (30)$$

Aceasta se anulează în cazul curgerilor incompresibile, pentru care, în mod evident, $\bar{\rho} \partial \tilde{T}'' / \partial x_j = \rho \partial \tilde{T} / \partial x_j = 0$. În fine, ultimul termen corespunde ireversibilităților generate prin disiparea medie pătratică a fluctuațiilor de temperatură:

$$\left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{QT} = \frac{1}{\tilde{T}^2} \alpha c_p \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial x_j} \frac{\partial T''}{\partial x_j} = \frac{c_p \bar{\rho} \epsilon_0}{\tilde{T}^2} \quad (31)$$

Trebuie subliniat faptul că sursa medie a entropiei nu conține vâscozitatea dinamică turbulentă, μ_T și nici coeficientul turbulent de conductibilitate termică, λ_T , ceea ce evidențiază caracterul formal al ipotezei lui Boussinesq (6).

Corelând modelul matematic al curgerii cu cel al ireversibilităților, se poate observa că numai termenii dissipativi generați de curgerea medie, simbolizați cu indicii VM respectiv QM și termenul viscos, indus de câmpul fluctuant al vitezei, notat cu indicele VT pot fi calculați pe cale directă. În ceea ce privește componenta disipației termice generată de fluctuațiile temperaturii, purtând indicele QT, aceasta nu este direct calculabilă deoarece modelul de închidere al sistemului de ecuații se bazează pe relația $Pr_T = \text{const}$. În această situație, utilizarea ipotezei echilibrului turbulent, caz în care producția medie pătratică a fluctuațiilor de temperatură este egală cu disipația acestora, conduce la aproximarea:

$$\left(\dot{\bar{S}}_{gen}^{(\Omega)} \right)_{QT} \equiv \frac{\lambda_T}{\tilde{T}^2} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} = \frac{\mu_T c_p}{Pr_T \tilde{T}^2} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (32)$$

Trebuie subliniat că, pentru curgerile la care ipoteza echilibrului turbulent este îndeplinită, relația anterioară este riguros valabilă începând din substratul logaritmic. Este cunoscut însă faptul că (Stanciu, 2000) în substraturile vâscos și de tranziție ireversibilitățile induse de fluctuațiile turbulentă sunt neglijabile în raport cu cele generate de curgerea medie, ceea ce înseamnă că aproximarea (32) nu conduce la erori importante. Totuși aproximarea anterioară poate fi evitată dacă se utilizează pentru calculul lui λ_T un sistem de închidere bazat pe două ecuații cu derivate

partiale (Sommer et al. 1992). Componentele ireversibilităților induse de compresibilitatea mediului, notate cu indicii VC, respectiv QC, nu pot fi însă calculate, astfel că ele vor fi neglijate în continuare. Totuși, înțând cont de valorile uzuale ale numărului Mach, este de presupus că aceste ireversibilități sunt relativ reduse pentru majoritatea curgerilor de importanță tehnică.

5. SIMULAREA NUMERICĂ A CURGERII

Ca studiu de caz s-a considerat o rețea plană de palete foarte curbate a cărei geometrie a fost definită de Nicholson et al. (1984). Curgerea printr-o astfel de rețea este foarte complicată datorită gradientilor mari de presiune care afectează considerabil fenomenul de tranziție a curgerii în stratul limită. Curbura accentuată a paletei cauzează pe extradosul profilului accelerarea puternică a gazului, fapt care întârzie tranziția stratului limită de la curgerea laminară la cea turbulentă. Pe intrados tranziția are loc în apropierea bordului de atac al profilului, însă, datorită accelerării puternice a gazului, pe ultimul sfert al extradosului are loc o relaminarizare a curgerii în stratul limită. În mod evident, o astfel de curgere are puține șanse de a fi simulată numeric cu mare precizie. Alegerea sa ca studiu de caz are la bază două motive: a) posibilitatea comparării rezultatelor simulării numerice cu datele experimentale (Nicholson et al., 1984), în vederea testării modelelor de turbulentă în condiții specifice, pentru care acestea nu au fost elaborate; b) testarea și compararea influenței pe care modelul de turbulentă o are în simularea numerică a ireversibilităților curgerii.

Schema numerică utilizată pentru discretizarea sistemului de ecuații ca și reprezentarea grafică a izolinilor soluțiilor pot fi găsite în lucrarea lui Stanciu (1999). În continuare sunt analizate numai soluțiile la perete ale curgerii, care pot explica diferențele de comportament ale modelelor de turbulentă în ceea ce privește simularea numerică a ireversibilităților curgerii.

Fig. 2 prezintă variația P/P_{ref} la perete, concordanța dintre soluția numerică și datele experimentale (Nicholson et al. 1984) fiind bună pe intradosul profilului și satisfăcătoare pe extradosul acestuia.

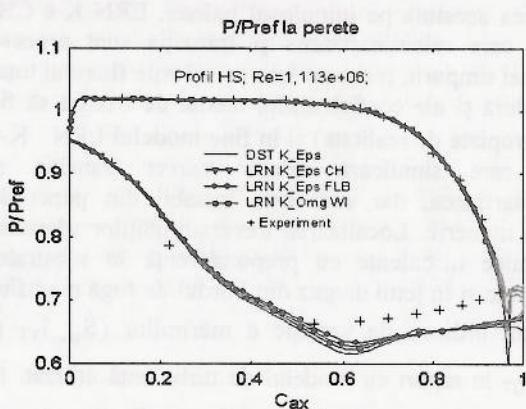


Fig. 2. Variația p/p_{ref} în jurul profilului paletei.

Fig. 3 arată că diferențele semnificative între modele apar în cazul criteriului Stanton și se datorează în principal modului diferit în care este simulația numerică tranziția stratului limită. O analiză amplă asupra modului în care modelele de turbulentă simulează tranziția a fost efectuată de Stanciu et al. (1999). Așa cum era de așteptat, varianta DST a modelului K- ϵ nu este în măsură să simuleze tranziția. Modelul "vede" stratul limită în întregime turbulent, astfel încât pe prima jumătate a extradosului valorile numerice ale criteriului Stanton sunt până la patru ori mai mari decât valorile experimentale. Aceeași comportare se manifestă și la nivelul intradosului. Pe prima jumătate a acestuia, curgerea în stratul limită este turbulentă și fără mari gradienti de presiune, astfel că valorile calculate ale criteriului Stanton se suprapun perfect peste cele experimentale. Pe cea de-a doua jumătate, gradientul favorabil de presiune laminarizează stratul limită, dar laminarizarea nu este simulață de modelul de turbulentă ceea ce conduce la valori calculate ale criteriului Stanton de până la trei ori mai mari decât cele experimentale. Varianta LRN K- ϵ CH simulează tranziția, însă, sub acțiunea gradientilor favorabili de presiune, aceasta apare ceva mai devreme. Din acest motiv, abaterile criteriului Stanton față de valorile experimentale devin sensibil mai mici pe extradosul profilului în comparație cu modelul anterior. În ceea ce privește intradosul, concordanța cu datele experimentale este bună în zona stratului limită turbulent, însă se înrăutățește pe măsura apropiierii de bordul de fugă, datorită simulației aproximative a relaminarizării stratului limită.

Varianta LRN K- ϵ FLB simulează relativ corect relaminarizarea de pe intradosul profilului, însă mult prea brusc tranziția pe extrados. În consecință abaterea criteriului Stanton de la valorile experimentale este în acest caz cea mai mică. Cu toate acestea modelul este foarte instabil din punct de vedere numeric. Deși soluția staționară a fost atinsă, există aproximativ 500 de noduri (din aproximativ 25000), situate în regiunea laminară a stratului limită, pentru care relații suplimentare de stabilizare trebuie aplicate.

O surpriză plăcută, dată fiind complexitatea, o reprezintă varianta LRN WI a modelului K- ω . Din fig. 3 se poate constata că modelul simulează tranziția stratului limită pe extradosul paletei, însă această simulare este mult prea timpurie. Relaminarizarea curgerii de pe intradosul paletei nu este însă sesizată de modelul K- ω , care are o comportare prea bruscă în cazul accelerării puternice a fluidului. Demn de remarcat este și faptul că, în zonele stratului limită simulate numeric ca laminare de pe extradosul paletei și în zonele stratului limită simulate numeric ca turbulente pe intradosul acestuia, valorile numerice ale criteriului Stanton, obținute prin utilizarea modelului LRN K- ω WI sunt foarte apropiate de cele produse de modelul LRN K- ϵ FLB. Spre deosebire de acesta din urmă, modelul LRN K- ω WI este foarte stabil din punct de vedere numeric. Pe parcursul calculului nu au existat nici un fel de probleme de stabilitate, soluția staționară fiind obținută fără aplicarea procedurilor de stabilizare.

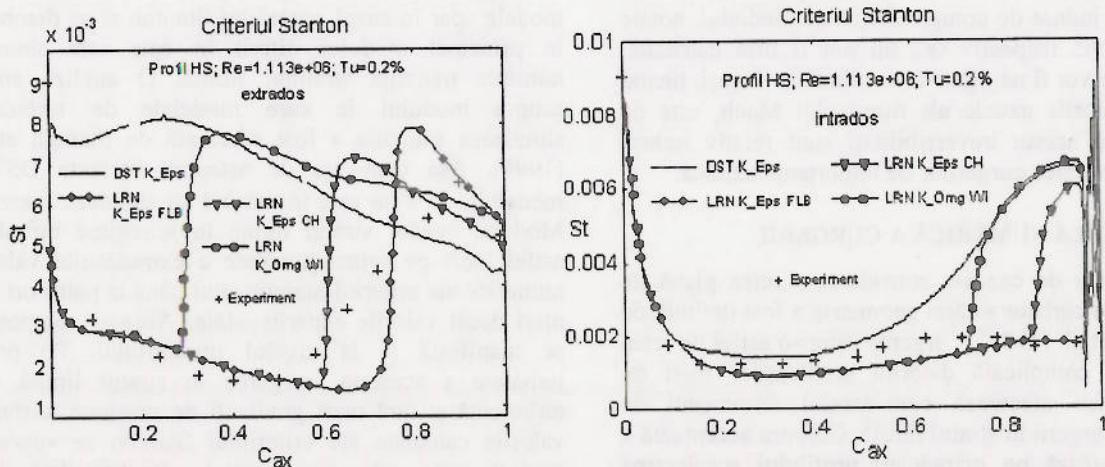


Fig. 3. Variația criteriului Stanton pe profilul paletei de turbină.

6. SIMULAREA NUMERICĂ A IREVERSIBILITĂȚILOR

În tabelul 1 sunt prezentate valorile numerice ale tuturor componentelor și a vitezei de generare a entropiei, calculate cu expresia:

$$\dot{S}_{gen} = \int_{\Omega_C} \dot{\bar{S}}_{gen}^{(Q)} d\Omega \quad (33)$$

unde Ω_C reprezintă domeniul de calcul. Tot în acest tabel sunt prezentate valorile fluxului difuziv de entropie, determinat cu relația:

$$\dot{S}_{\Sigma,D} = \int_{\partial\Omega_C} \frac{\dot{\bar{q}} \cdot \bar{n}}{T} d\Sigma \quad (34)$$

unde $\dot{\bar{q}}$ reprezintă fluxul de căldură prin frontiera $\partial\Omega_C$ a domeniului de calcul, având normala \bar{n} . Coeficientul pierderii de viteza φ și coeficientul presiunii frâname C_1 , pot fi exprimate în funcție de viteza de generare a entropiei, rezultând:

$$\varphi^2 = \frac{1 - \frac{T_1^*}{T_2^*} \left(\frac{p_2}{p_1^*} \right)^{\frac{k-1}{k}} \exp \left[\frac{\dot{S}_{\Sigma,D} + \dot{S}_{gen}}{m c_p} \right]}{1 - \frac{T_1^*}{T_2^*} \left(\frac{p_2}{p_1^*} \right)^{\frac{k-1}{k}} \exp \left[\frac{\dot{S}_{\Sigma,D}}{m c_p} \right]} \quad (35)$$

$$C_1 = \frac{1 - \left(\frac{T_2^*}{T_1^*} \right)^{\frac{k}{k-1}} \exp \left[- \frac{\dot{S}_{\Sigma,D} + \dot{S}_{gen}}{m R} \right]}{\left(\frac{T_2^*}{T_1^*} \right)^{\frac{k}{k-1}} \exp \left[- \frac{\dot{S}_{\Sigma,D} + \dot{S}_{gen}}{m R} \right] - \frac{p_2}{p_1^*}} \quad (36)$$

În relațiile anterioare m este debitul de fluid care intră în rețeaua de palete, c_p reprezintă căldura specifică masică la presiune constantă, iar R este constanta specifică a gazului perfect. Valorile celor doi coeficienți sunt de asemenea prezentate în tabelul 1 pentru toate modelele de turbulentă utilizate.

Așa cum era de așteptat, comportarea modelelor de turbulentă în cazul curgerilor tranziționale prin rețelele de palete de turbină se reflectă și în acuratețea simulării numerice a ireversibilităților. Singura caracteristică generală a soluțiilor numerice a ireversibilităților este dată de faptul că, indiferent de modelul de turbulentă utilizat, ireversibilitățile vâscoase și termice ale curgerii medii au același ordin de mărime cu cele omoloage turbulente. În cele ce urmează va fi efectuată o analiză comparativă a modului în care modelele de turbulentă utilizate reușesc să descrie structura și valoarea globală a ireversibilităților curgerii.

Recent Stanciu et al. (2000) a arătat că ireversibilitățile vâscoase și termice ale curgerii medii sunt concentrate în imediata vecinătate a peretelui (substratul vâscos și în prima regiune a substratului logaritmic). Din acest motiv, precizia simulării numerice a acestor ireversibilități depinde în mod nemijlocit de acuratețea cu care fiecare model de turbulentă descrie soluția la perete a curgerii. Într-adevăr, din tabelul 1 se observă că valorile $(\dot{S}_{gen})_{VM}$ și $(\dot{S}_{gen})_{QM}$ scad în ordinea DST K-ε, pentru care stratul limită este în întregime turbulent, LRN K-ω WI, care simulează prea devreme tranziția stratului limită pe extrados, dar nu „vede” relaminarizarea acestuia pe intradosul paletei, LRN K-ε CH, pentru care relaminarizarea și tranziția sunt procese ceva mai timpurii, (ceea ce face ca valorile fluxului total de căldură și ale coeficientului mediu de frecare să fie mai apropiate de realitate) și în fine modelul LRN K-ε FLB, care simulează relativ corect tranziția și relaminarizarea, dar care este instabil din punct de vedere numeric. Localizarea ireversibilităților vâscoase și termice turbulente cu preponderență în substratul logaritmic și în jetul de gaz din bordul de fugă modifică oarecum ordinea de variație a mărimilor $(\dot{S}_{gen})_{VT}$ și $(\dot{S}_{gen})_{QT}$ în raport cu modelul de turbulentă utilizat. În cazul variantei LRN K-ε CH, explicația acestei comportări poate fi găsită în relația de definiție a disipației $\hat{\epsilon}$, valabilă numai pentru stratul limită

Tabelul 1. Componentele vitezei de generare a entropiei

Model Turbulență	$(\dot{S}_{gen})_{VM}$ [W/K]	$(\dot{S}_{gen})_{VT}$ [W/K]	$(\dot{S}_{gen})_{QM}$ [W/K]	$(\dot{S}_{gen})_{QT}$ [W/K]	\dot{S}_{gen} [W/K]	$\dot{S}_{\Sigma,D}$ [W/K]	φ [-]	C_1 [%]
DST K-ε	12,553	13,858	9,220	6,318	41,949	-74,666	0,982	1,89
LRN K-ε CH	10,883	12,804	7,730	2,913	34,330	-53,358	0,985	1,818
LRN K-ε FLB	10,648	7,802	7,349	1,519	27,318	-45,343	0,988	1,334
LRN K-ω WI	12,441	11,034	8,951	5,116	37,542	-69,008	0,984	1,590

complet turbulent, iar în cazul modelului LRN K-ω WI, în dependență mărimilor turbulente din curgerea de bază de valoarea variabilei U_∞ . Deși Menter (1992) sugerează faptul că o alegere de tipul $\omega = (1-10)U_\infty / L_{ref}$ înălțătură această deficiență (sugestie de care s-a ținut evident cont în cazul de față), trebuie subliniat faptul că argumentele aduse în discuție sunt valabile numai pentru stratul limită incompresibil fără gradient de presiune. Probabil că o combinație între modelele K-ω și K-ε primul aplicabil în stratul de perete, celalalt în exteriorul curgerii ar înălța definitiv acest neajuns.

7. CONCLUZII

În această lucrare au fost evidențiate și simulate numeric irreversibilitățile caracteristice curgerilor turbulente compresibile. Ca studiu de caz a fost ales procesul de destindere a gazelor printr-o rețea plană de palete de turbină puternic curbate, având unghiul de instalare în rețea relativ mare. Datorită acestor particularități, în stratul limită al curgerii apar fenomene de tranziție întârziată și de relaminație, care afectează acuratețea simularii numerice.

Expresia vitezei volumice medii de generare a entropiei (25) evidențiază natura și structura irreversibilităților locale ale curgerii. La fel ca în cazul laminar, irreversibilitățile locale din curgerile turbulente sunt de natură vâscoasă și termică. Fluctuațiile turbulente, precum și interacțiunile dintre acestea și curgea medie cauzează însă apariția unor noi mecanisme de irreversibilitate. Din acest motiv în curgea turbulentă, atât irreversibilitățile vâscoase, cât și cele termice sunt generate prin două mecanisme distincte. Primul dintre acestea, este rezultatul disipațiilor produse de gradienții vitezei medii și temperaturii medii din fiecare punct al curgerii. Irreversibilitățile generate prin acest mecanism sunt comune curgerilor turbulente și laminare, astfel că ele pot fi denumite irreversibilități vâscoase și termice medii. Cel de-al doilea mecanism constă în disipația medie pătratică a fluctuațiilor de viteză și temperatură de către vâscozitatea, respectiv difuzivitatea termică a mediului. Datorită efectelor produse, aceste irreversibilități au fost denumite irreversibilități vâscoase și termice turbulente. Trebuie remarcat faptul

că toate mecanismele de irreversibilitate identificate acționează la nivelul curgerii medii. Rezultatele simulării numerice a irreversibilităților globale ale curgerii sunt prezentate în tabelul 1. Aceste rezultate confirmă legătura strânsă dintre modul de simulare numerică a tranziției și relaminarizării stratului limită și precizia de calcul a irreversibilităților. Pentru valori mici ale intensității turbulenței în amontele rețelei de palete, cele mai bune rezultate aparțin variantei LRN K-ε FLB, urmate în ordine de variantele LRN K-ε CH și LRN K-ω WI.

BIBLIOGRAFIE

- Chien, K.-Y.: *Prediction of Channel and Boundary Layer Flows with a Low-Reynolds- Number Turbulence Model*, AIAA Journal vol. 20, nr. 1, pag. 33, 1982
- Fan, S., Lakshminarayana, B., Barnett, M., *Low Reynolds number k-ε model for unsteady turbulent boundary layer flow*, AIAA Journal vol. 31, nr. 10, pag 1777, 1993
- Favre, A., *Statistical Equations of Turbulent Gases*, 1976
- Menter, F., R., Influence of freestream values on k-ω turbulence model predictions, AIAA Journal, vol. 30, nr. 6, pag. 1657, 1992.
- Nicholson, J., H., Forest, A., E., Oldfield, M., L., G., Schultz, D., L., *Heat transfer optimized turbine rotor blade- An experimental study using transient techniques*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 106, 1984
- Patel, V.C., Rodi, W., Scheuerer, G., *Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review*, AIAA Journal, vol. 23, nr. 9, pag. 1308, 1985
- Pimsner, V.: *Masini cu palete*, Editura Tehnică, 1988
- Stanciu, D.: *Studiul irreversibilităților vâscoase și termice în procesele de curgere și transfer de căldură caracteristice ITG*, Teză de doctorat, UPB, 1999
- Stanciu, D., Marinescu, M., Isvoranu, D.: *Second Law Analysis of Turbulent Flat Plate Boundary Layer*, IJAT vol. 3 nr. 3, pag.99, 2000
- Wilcox, D., C.: *Turbulence modeling for CFD*, DCW Industries, 1993
- Sommer, T. P., So, R.M.C., Lay, Y. G.: *A near-wall two equations model for turbulent heat fluxes*, Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 35, nr.12, pag. 3375, 1992
- Wolfshtein, M., *The velocity and Temperature Distribution in one Dimensional Flow with Turbulence Augmentation and Pressure Gradient*, International Journal of Heat & Mass Transfer, vol.12, 1969