

# CONSIDERAȚII EXERGOECONOMICE ASUPRA SISTEMELOR ENERGETICE COMPLEXE

A.I. DOBROVICESCU

UNIVERSITATEA POLITEHNICA din București

*Abstract. The aim of this work is to bring an argument on behalf of the use of the exergy concept in the operating and optimization analysis of energetic complex systems. To assess the proper unitary cost to each one of the several products of a complex system, the economic global balance equation of the system must be completed with additional conditions.*

*The exergetic equivalence succeeds in bringing to the same level different types of energy; by this way the cost assessing gets closer to reality. The extraction method and the principal product hypothesis can also be considered. For a single product system, the optimization procedure based only on the first principle of thermodynamics leads to extremely difficult calculations. The use of the exergy concept in this last case represents a useful instrument that can lead to the decentralization of the complex system making possible the local optimization of the productive zones.*

## Notății

C	cost (EU, kJ energie/exergie)
c	cost unitar (EU/kJ energie/exergie), căldură specifică (J/(kg K))
Č	cost anual (EU/an)
C <sub>b</sub>	combustibil (EU, kJ energie/exergie), cameră de ardere (combustor)
C <sub>d</sub>	condensator
E	energie (kJ)
Ex	exergie (kJ)
G	generator de abur
K	compresor
L	Lagrangian
m̄	debit masic (kg/s)
p	presiune (N/m <sup>2</sup> )
R	constantă particulară a gazului (J/(kg K))
Q	căldură (kJ)
Q̄	flux de căldură (kW)
T	temperatură (K), turbină
x	parametru decizional
X	set de parametrii decizionali
y	parametru de stare
Ž	rata anuală a amortizării capitalului (EU/an)
z	funcția care exprimă rata anuală a amortizării capitalului
W̄	putere mecanică (kW)
W	energie mecanică (kJ)

## Indici inferiori

a	aer
cb	combustibil, combustor
e	energetic, ieșire
el	electric
ex	exergetic
f	fix
G	generator de abur
k	compresor
0	parametrii mediului ambient
p	presiune constantă
Q	căldură
T	turbină
W	energie mecanică (kJ)

## Indici superiori

*	exergetic
k	exponent adiabatic

## Litere grecești

ε	funcția de calcul a fluxului de exergie
Φ	condiție restrictivă
Φ <sub>0</sub>	funcție obiectiv
η	rândament energetic, isentropic
λ	multiplicator Lagrange, preț de umbră, cost unitar
π <sub>cb</sub>	= p <sub>3</sub> /p <sub>2</sub>
π <sub>k</sub>	= p <sub>2</sub> /p <sub>1</sub>
π <sub>T</sub>	= p <sub>3</sub> /p <sub>1</sub>
θ	preț marginal
τ	temp de operare (s/an)
τ <sub>i</sub>	= T <sub>i</sub> /T <sub>1</sub>

## 1. ATRIBUIREA COSTURILOR DE OPERARE

Pentru definiția mai clară obiectului de studiu, cursul de „Analiză termoeconomică a sistemelor și proceselor termice și frigorifice” pe care-l predau în cadrul ciclului de studii aprofundate studentilor Facultății de Inginerie Mecanică din Universitatea Politehnica din București, începe cu discuția unui caz simplu, cel al unui sistem de cogenerare lucru mecanic (energie electrică) și căldură (energie termică), reprezentat printr-o instalație de turbină cu abur cu contrapresiune (fig. 1).

Pentru simplificare se ia în considerare numai costul operării sistemului încercându-se determinarea costului unitar real al fiecărui dintre cei doi produși. Acest lucru nu înseamnă altceva decât precizarea cantității de combustibil consumat de către sistemul global pentru realizarea fiecărei unități de produs.

Sistemului global î se poate aplica o singură ecuație de bilanț economic

$$C_{cb} = C_W + C_Q \quad (1)$$

care conține două necunoscute: costul lucrului mecanic C<sub>W</sub> și costul căldurii C<sub>Q</sub>.

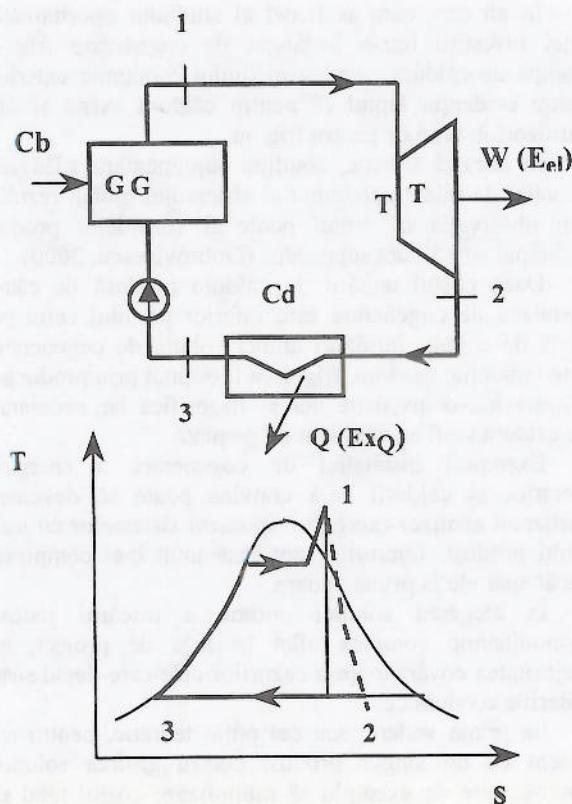


Fig. 1

Pentru precizarea valorii numerice a celor două variabile mai este necesară o condiție.

### 1.1. Echivalența energetică

Luând în considerare numai primul principiu al termodinamicii care nu face nici o diferență calitativă între diferitele tipuri de energii și folosind aceeași unitate de măsură, se pot considera lucrul mecanic și căldura ca fiind echivalente.

Costul energetic unitar al fiecărui dintre cei doi produși devine:

$$c_e = \frac{C_{cb}}{|Q| + W} \quad \left[ \frac{\text{EU}}{\text{kWh}} \right] \quad (2)$$

și în consecință

$$\begin{aligned} C_W &= c_e \cdot W \quad [\text{EU}] \\ C_Q &= c_e \cdot |Q| \quad [\text{EU}] \end{aligned} \quad (3)$$

Din ecuația de bilanț energetic al sistemului

$$\eta_G \cdot C_{cb} = W + |Q| \quad (4)$$

se obține

$$c_e = \frac{C_{cb}}{W + |Q|} = \frac{1}{\eta_G} = \text{ct.} \quad (5)$$

Rezultă că în cazul echivalenței energetice costul unitar al energiei produse nu este influențat de nivelul temperaturii la care se furnizează căldura (corespunzătoare presiunii  $p_2$  din condensator) sau de performanțele turbinei, nesezând în cazul acesteia din urmă,

pierderile interne prin care parte din energia mecanică se transformă în căldură de fricare.

Costul energetic unitar depinde numai de pierderile externe ale generatorului de vaporii (ardere incompletă, izolare termică incompletă etc.) exprimate prin randamentul termic  $\eta_G$ .

Se ajunge astfel la concluzia paradoxală de a atribui un cost și deci o valoare de întrebuită unei călduri aflate la temperatura mediului ambiant pentru care economic este evident că nu se va găsi nici un cumpărător.

### 1.2. Echivalența exergetică

Keenan (1932) este considerat a fi primul care a propus utilizarea echivalenței termodinamice (bazate atât pe primul cât și pe cel de al doilea principiu al termodinamicii), numită mai târziu *echivalență exergetică*.

Keenan consideră că o parte din potențialul energetic ce poate suferi o schimbare (exergia) a combustibilului se transformă în produsul care părăsește sistemul iar altă parte este consumată (distrusă) în procesul de producție.

Valoarea produsului la rândul său este exprimată prin capacitatea sa de a produce o schimbare (exergia produsului) iar costul său trebuie exprimat prin combustibil consumat de sistem pentru realizarea acestui potențial la care trebuie adăugat combustibilul consumat în procesul productiv.

Este evident că atunci când energia este utilizată în atribuirea costurilor, este imposibil a se ține cont de combustibilul consumat în interiorul sistemului pentru realizarea produsului, deoarece energia se conservă.

În condițiile echivalenței termodinamice (exergetice) costul exergetic unitar al fiecărui dintre cei doi produși devine

$$c_{ex} = \frac{C_{cb}}{|Ex_Q| + W} \left[ \frac{\text{EU}}{\text{kWh exergie}} \right] \quad (6)$$

în care exergia căldurii transferate consumatorului la temperatură  $T$  este

$$|Ex_Q| = |Q| \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right) \quad (7)$$

Se observă că prin evaluarea exergetică, valoarea de utilizare a căldurii este determinată funcție de cantitatea sa  $|Q|$ , de parametrul său de calitate  $T$  în corelație cu temperatura  $T_0$  a mediului său ambient.

Costul realizării celor doi produși devine în acest caz

$$\begin{aligned} C_{El}^* &= c_{ex} \cdot W \quad [\text{EU}] \\ C_Q^* &= c_{ex} \cdot |Ex_Q| \quad [\text{EU}] \end{aligned} \quad (8)$$

În cazul echivalenței exergetice costul exergetic unitar scade la creșterea temperaturii (respectiv  $p_2$ ) a căldurii furnizate consumatorului datorită creșterii în ansamblu a exergiei celor doi produși.

Simpla analiză a operării sistemului de cogenerare considerat, arată cu claritate că în cazul existenței mai multor produși, pentru atribuirea corectă a costului fiecărui dintre ei, ecuația de bilanț economic scrisă la nivelul global trebuie completată cu condiții suplimentare.

În cazul echivalenței energetice analiza se oprește la granița de separare dintre sistem și mediul său ambiant. În consecință sunt sesizate numai pierderile externe, cele interne nefiind luate în calcul. În plus datorită ignorării deosebirii calitative a diferitelor tipuri de energii se ajunge la situația imposibilă a atribuirii aceluiași cost unității de energie electrică și celei de căldură aflată la temperatura  $T_0$  a mediului ambiant.

Numai echivalența exergetică reușește să aducă la același numitor diferențele tipuri de energie, costurile atribuite lor în acest mod apropiindu-se de realitate.

Dar analiza exergoeconomică este mult mai complexă decât cea termodinamică chiar dacă acesta din urmă apelează la cel de al doilea principiu.

Exergoeconomia, care reunește două tehnici de investigație reprezentate prin analiza termodinamică a proceselor ireversibile și analiza economică, se bazează pe observația că orice sistem termodinamic se găsește în interacțiune cu două medii înconjурătoare:

– *mediul său ambiant* caracterizat printr-un set de parametri (presiune, temperatură, potențial chimic) care oferă posibilitatea de a determina valorile termodinamice ale curentilor de masă sau energie care traversează granițele sistemului;

– *mediul său economic* caracterizat printr-un set de prețuri care constituie baza de calcul a valorilor economice asociate curentilor de masă sau energie care traversează granițele sistemului; acest mediu, la care se adaugă efectul de corodare a capitalului în timp, este construit în întregime de societate și se află sub influența schimbărilor politice și sociale.

Din punct de vedere al modului de investigare se remarcă următoarele:

- ◆ analiza cu ajutorul primului principiu al termodinamicii nu implică niciunul din cele două medii;
- ◆ studiul bazat pe cel de al doilea principiu ia în considerare numai mediul fizic, scoțând în evidență oportunitatea conservării energiei combustibilului, fără a face legătura cu mediul economic;
- ◆ numai analiza termoeconomică implică ambele medii, constituind singurul mod de studiu al comportării unui sistem în condiții reale.

Dacă analiza termodinamică se bazează pe legile universale ale naturii, lipsite fiind deci de orice echivoc, în cazul analizei economice soluțiile pot fi diferite și discutabile funcție de deciziile economice care depind de mecanismele de piață, de politicile economice și sociale.

De exemplu, atunci când pentru instalația de cogenerare studiată pe lângă costul operării se ia în calcul și costul amortizării capitalului investit, metoda „extractiei” (Gaggioli și El-Sayed, 1987; Lozano, 1992) care consideră că costul energiei cedate de vaporii în turbină plus amortizarea turbinei trebuie să se regăsească în prețul energiei electrice produse, poate constitui condiția suplimentară pentru determinarea costului unitar al celor doi produși.

În alt caz, cum ar fi cel al studiului oportunității unei investiții într-o instalație de cogenerare frig – pompă de căldură, analiza mediului economic exterior poate evidenția faptul că pentru căldură există și alți furnizori în timp ce pentru frig nu.

În această situație, condiția suplimentară adăugată ecuației de bilanț economic al sistemului global rezultă din observația că frigul poate fi considerat produs principal iar căldura subprodus (Dobrovicescu, 2000).

Dacă costul unității de căldură produsă de către instalația de cogenerare este inferior prețului cerut pe piață de ceilalți furnizori atunci soluția de cogenerare este rentabilă; dacă nu, frigul va fi obținut prin producție proprie într-o instalație numai frigorifică iar necesarul de căldură va fi achiziționat de pe piață.

Exemplul instalației de cogenerare a energiei electrice și căldurii ne-a convins poate să devină partizanii analizei exergetice în cazul sistemelor cu mai mulți produși. Lucrurile sunt însă mult mai complexe decât apar ele la prima vedere.

În alegerea soluției optime a oricărui sistem termodinamic complex aflat în fază de proiect, în majoritatea covârșitoare a cazurilor cele care decid sunt criteriile economice.

La prima vedere, sau cel puțin teoretic, pentru un sistem cu un singur produs, pentru găsirea soluției optime, care de exemplu să minimizeze costul total al sistemului atât din punct de vedere al operării cât și al investiției, nu este nevoie de calcul exergetic.

## 2. OPTIMIZAREA TERMOECONOMICĂ

### A UNUI SISTEM DE TURBINĂ CU GAZE

Se consideră cazul unei instalații simple de turbină cu gaze (fig. 2) al cărui unic produs este energia mecanică.

Investitorul precizează puterea mecanică  $\dot{W}$  (produsul sistemului) și indică amplasamentul sistemului, oferind astfel informații asupra parametrilor mediului ambiant.

În aceste condiții parametrii impuși ai sistemului devin:

$$\{x_i\} = \{p_1, T_1, \dot{W}, \tau, R, c_p\}$$

Restul parametrilor sistemului se pot împărti în două categorii:

- parametrii independenți din a cărei categorie fac parte parametrii de echipament sau decizionali;
- parametrii dependenți sau de stare a căror valoare individuală poate fi calculată funcție de parametrii decizionali și de ceilalți parametri de stare.

Notând cu  $x_i$  parametrii decizionali și cu  $y_k$  pe cei de stare, aceștia devin:

$$\{x_i\} = \{\eta_k, \pi_k, \pi_{cb}, \tau_3, \eta_T\}$$

$$\{y_k\} = \{\tau_2, \dot{Q}_{cb}, \pi_T, \tau_4, \dot{m}_a\}$$

Soluția optimă se obține prin minimizarea funcției obiectiv care exprimă costul anual format din amortizarea echipamentelor și costul combustibilului procesat,

$$\text{MinC} = (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3) + \tau \cdot c_{cb} \cdot \dot{Q}_{cb} \left[ \frac{\text{EU}}{\text{an}} \right] \quad (9)$$

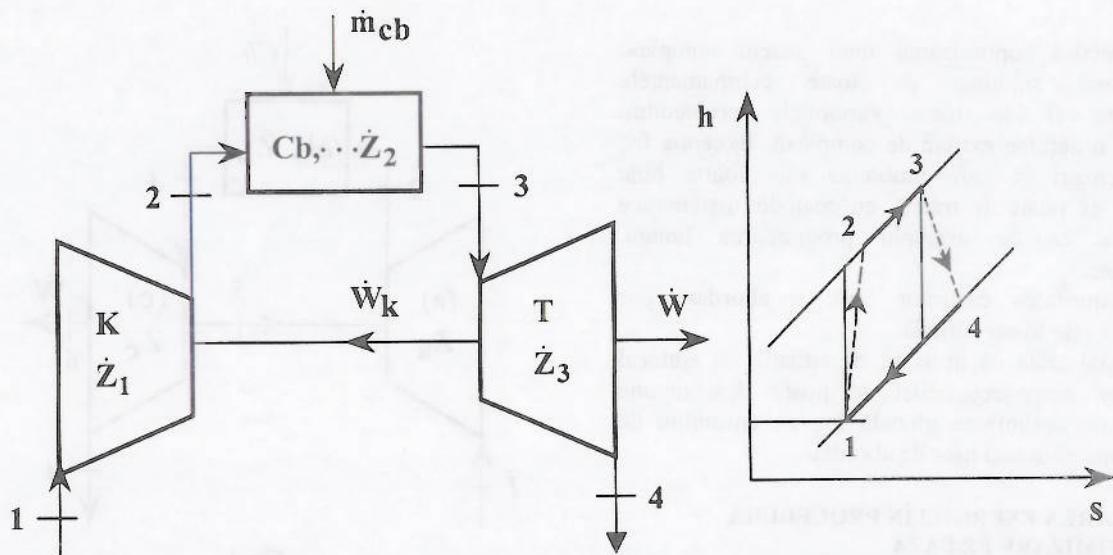


Fig. 2

în care amortizarea anuală  $\dot{Z}(x_i, y_k)$  a fiecărui echipament este exprimată funcție de parametrii de decizie și de stare (Frangopoulos, 1983).

Minimizarea funcției obiectiv (9) se realizează în condițiile unui set de constrângeri obținut prin transpunerea comportării fizice a sistemului într-un model matematic.

Ecuatiile de constrângere derivă din relațiile de calcul ale parametrilor de stare și sunt următoarele:

$$\Phi_1 = \tau_2 - 1 - \frac{1}{\eta_k} \left( \pi_k^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = 0 \quad (10)$$

$$\Phi_2 = \dot{Q}_{cb} - \dot{m}_a \cdot c_p \cdot T_1 (\tau_3 - \tau_2) = 0 \quad (11)$$

$$\Phi_3 = \pi_T - \pi_k \cdot \pi_{cb} = 0 \quad (12)$$

$$\Phi_4 = \tau_4 - \tau_3 \left[ 1 - \eta_T \left( 1 - \pi_T^{\frac{1-k}{k}} \right) \right] = 0 \quad (13)$$

$$\Phi_5 = \dot{m}_a - \frac{\dot{W}}{c_p \cdot T_1 (1 - \tau_2 + \tau_3 - \tau_4)} = 0 \quad (14)$$

Elementele modelului matematic supus optimizării includ funcția obiectiv

$$\text{Min } \dot{C}(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \quad (15)$$

în condițiile restrictive

$$\Phi_k = y_k - g_k(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_{k-1}, y_{k+1}, \dots, y_m) = 0 \quad (16)$$

ceea ce conduce la construirea Lagrangianului

$$\dot{L} = \dot{C} + \sum_{k=1}^5 \lambda_k \cdot \Phi_k \quad (17)$$

Condițiile de extrem sunt date de sistemul

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial x_i} = \frac{\partial \dot{C}}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^m \lambda_k \frac{\partial \Phi_k}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (18)$$

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial y_k} = \frac{\partial \dot{C}}{\partial y_k} + \sum \lambda_k \frac{\partial \Phi_k}{\partial y_k} = 0 \quad (k = 1, \dots, m) \quad (19)$$

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial \lambda_k} = \Phi_k = y_k - g_k(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = 0 \quad (k = 1, \dots, m) \quad (20)$$

Sistemul de ecuații (18 – 20) este un sistem determinat oferind  $(n+2m)$  ecuații pentru  $n$  parametri decizionali,  $m$  parametri de stare și  $m$  multiplicatori  $\lambda$ .

În realitate, rezolvarea sistemului este extrem de anevoieasă, soluția se poate obține numai numeric ea depinzând de găsirea unui punct operațional inițial viabil, apropiat de optim.

Pentru simplificarea procedurii de calcul El-Sayed și Tribus (1983) propun o metodologie interesantă bazată pe concepțele de „preț marginal” ( $\theta_i = \partial \dot{C} / \partial x_i$ ) și „preț de umbră” ( $\lambda_k = \partial \dot{C} / \partial y_k$ ).

Bazat pe acestea, variația costului total (funcția obiectiv) devine egală cu suma produselor dintre prețurile marginale și variația deciziilor și produsele dintre prețurile de umbră și variația parametrilor de stare corespunzători.

$$\delta \dot{C} = \sum \theta_i \cdot \delta x_i + \sum \lambda_k \cdot \delta y_k \quad (21)$$

Relația (21) permite estimarea impactului modificării unui parametru decizional sau a unei condiții de constrângere, impusă de exemplu de modificări în configurația sistemului, asupra costului total al sistemului.

Exemplul instalației de turbină cu gaze evidențiază faptul că în cazul unui sistem cu un singur produs, precizarea soluției funcționale și constructive optime, poate fi cel puțin teoretic, obținută fără a apela la cel de al doilea principiu al termodinamicii și la conceptul de exergie.

Încercarea de optimizare globală a sistemului conduce însă la calcule anevoiease făcând apel la numeroase analize simplificatoare.

În practică, optimizarea unui sistem complex, ținând cont simultan de toate echipamentele componente și de toate variabilele proiectului, reprezintă o acțiune extrem de complexă. Excepție fac puținele cazuri în care problema este foarte bine cunoscută și poate fi tratată cu metode matematice specializate ca de exemplu programarea liniară, dinamică etc.

În majoritatea cazurilor însă, o abordare pur matematică este foarte dificilă.

Se poate arăta că în astfel de situații, cu ajutorul conceptelor exergoeconomiei se poate descompune problema de optimizare globală într-un ansamblu de subprobleme mult mai ușor de abordat.

### 3. UTILIZAREA EXERGIEI ÎN PROCEDURA DE OPTIMIZARE PE BAZA MULTIPLICATORILOR LUI LAGRANGE

Strategia utilizată în acest caz implică împărțirea sistemului în zone care interacționează între ele și cu mediul exterior, cumpărând și vânzând bunuri de întrebunțare și servicii.

Monitorizarea și evaluarea acestor interacțiuni constituie procedura de localizare a optimului funcțional și constructiv al sistemului.

În cazul proiectării sistemului pentru a consuma minim de combustibil, termodinamica indică fără echivoc o soluție total reversibilă, fără distrugere de exergie.

Din păcate această variantă implică teoretic un capital investit infinit.

Rezultă deci evident, că procedura de căutare a optimului economic al sistemului global, se bazează pe relația antagonistă dintre costul capitalului (inclusiv întreținere, mâna de lucru, taxe etc.) și costul exergiei distruse.

Dar aceeași interacțiune antagonistă există în fiecare zonă a sistemului impunând luarea deciziei corecte privind costul investiției locale de capital și mărimea acceptată a distrugerii de exergie.

Procedura de optimizare va căuta în spațiul soluțiilor fezabile acele cazuri pentru care creșterea cheltuielii cu capitalul investit atrage o reducere mai importantă a costului exergiei distruse.

Trebuie remarcat din nou că exergia este o măsură a valorii de întrebunțare potrivită procedurilor de optimizare, deoarece în procesele productive spre deosebire de energie ea se consumă (se distrugă) și nu se conservă.

Studiul se realizează pe același sistem al instalației de turbină cu gaze (fig. 3) în care zonele a, b, c corespund în ordine compresorului, camerei de ardere și respectiv turbinei.

Un obiectiv tipic al procedurii de optimizare ar fi minimizarea costului total al investiției de capital și operării sistemului în condițiile unei producții precizate de energie mecanică  $\dot{W} = \dot{Ex}_6$  (unicul produs al sistemului).

Costul total al sistemului este suma costurilor totale ale zonelor componente.

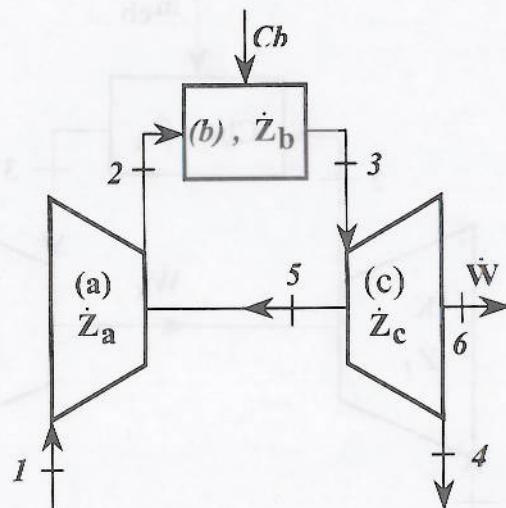


Fig. 3

Costul total al zonei reprezintă suma dintre capitalul investit și cheltuielile cu exergia cumpărată din care se scade venitul obținut prin vânzarea exergiei produsului.

Dacă cu  $\dot{Ex}$  se notează fluxul de exergie vândut, și dacă  $\varepsilon$  simbolizează fluxul de exergie cumpărat, iar  $\lambda$  este prețul asociat (fig. 3) fiecărui flux de exergie, costurile zonale devin:

$$\dot{C}_a = \dot{Z}_a + \lambda_5 \cdot \varepsilon_5 - \lambda_2 \cdot \dot{Ex}_2 \quad (22)$$

$$\dot{C}_b = \dot{Z}_b + c_{cb} \cdot \dot{Q}_{cb} + \lambda_2 \cdot \varepsilon_2 - \lambda_3 \cdot \dot{Ex}_3 \quad (23)$$

$$\dot{C}_c = \dot{Z}_c + \lambda_3 \cdot \varepsilon_3 - \lambda_5 \cdot \dot{Ex}_5 - \lambda_6 \cdot \dot{Ex}_6 \quad (24)$$

Deoarece procedura de optimizare a sistemului global se desfășoară în condițiile unui produs ( $\dot{Ex}_6$ ) și preț de vânzare asociat acestuia ( $\lambda_6$ ) fixe, termenul  $\lambda_5 \dot{Ex}_6$  poate fi omis din ecuația (24).

Prin însumarea costurilor zonale, costul sistemului global devine:

$$\begin{aligned} \dot{C} = \dot{C}_a + \dot{C}_b + \dot{C}_c &= \dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c + \\ &+ c_{cb} \cdot \dot{Q}_{cb} + \lambda_2(\varepsilon_2 - \dot{Ex}_2) + \lambda_3(\varepsilon_3 - \dot{Ex}_3) + \\ &+ \lambda_5(\varepsilon_5 - \dot{Ex}_5) \end{aligned} \quad (25)$$

Se observă că în fiecare termen care se referă la o tranzacție internă cantitatea de exergie vândută  $\dot{Ex}$  de către o zonă trebuie să fie egală cu cantitatea de exergie  $\varepsilon$  cumpărată de către altă zonă. Astfel toți acești termeni ai ecuației (25) au valori nule. Valorificarea schimburilor economice interne se realizează pe baza setului de prețuri  $\{\lambda\}$ .

Termenii care nu se anulează reprezintă tranzacțiile sistemului cu mediul exterior și suma lor reprezintă costul total al operării și al investiției de capital.

Ținând cont de aceste observații, relația (25) devine:

$$\dot{C} = \sum \dot{Z} + c_{cb} \cdot \dot{Q}_{cb} + \sum \lambda_k (\varepsilon_k - \dot{Ex}_k) \quad (26)$$

Forma ecuațiilor (25) și (26) corespunde structurii cerute de metoda optimizării pe baza multiplicatorilor lui Lagrange.

Tranzacțiile cu mediul exterior precizează funcția obiectiv  $\Phi_0$  supusă optimizării (minimizării), iar schimburile economice interne împreună cu prețurile asociate lor definesc condițiile restrictive  $\Phi_k$  și multiplicatorii lui Lagrange  $\lambda_k$  asociați lor.

Costul total al sistemului global poate fi exprimat prin Lagrangianul

$$\dot{L} = \Phi_0 + \sum_{k=1}^n \lambda_k \cdot \Phi_k \quad (27)$$

În această interpretare ecuațiile de constrângere  $\Phi_k = 0$  sunt date de diferența dintre fluxul de energie  $\dot{Ex}_k$  (cu rol de variabilă de stare) și funcția matematică care-l definește  $\varepsilon_k$ .

Optimizarea sistemului se reduce la:

- minimizarea funcției obiectiv  $\Phi_0(x_i, \dot{Ex}_k)$ ;
- în condițiile setului de constrângeri  $\Phi_k(x_i, \dot{Ex}_k) = 0$ ,

unde  $x_i$  sunt variabile de decizie (independente), iar  $\dot{Ex}_k$  variabile de stare.

Ecuatiile de constrângere mai pot fi scrise sub forma

$$\Phi_k = \varepsilon(x_i, \dot{Ex}_{j \neq k}) - \dot{Ex}_k = 0 \quad (28)$$

Pentru aplicarea în această formă a procedurii de optimizare bazată pe multiplicatorii lui Lagrange, parametrii de stare ( $y_k$ ) trebuie transformați în mărimi exergetice.

### 3.1. Aplicarea metodei descompunerii

Exprimarea matematică a descompunerii sistemului în zone disipative este posibilă în condițiile în care costurile investiționale și de operare sunt exprimate prin funcții continue.

În aplicarea metodei descompunerii (El-Sayed și Evans, 1970) pentru fiecare zonă disipativă ( $i$ ), fluxurile de energie intrate (cumpărate)  $\varepsilon$  și costul investiției zonale  $\dot{Z}_i$ , vor fi exprimate în funcție de parametrii decizionali locali ai zonei  $\{x_i\}$  și de energia fluxurilor de ieșire (produși)  $\dot{Ex}$ .

În instalația de turbină cu gaze analizată, compresorul și camera de ardere au scopul comun de a furniza turbinei la intrare agent de lucru de entalpie (exergie) ridicată fapt care determină gruparea lor într-o singură zonă productivă (zona 1). Turbina care are rolul de a transforma căderea de entalpie (exergie) în putere mecanică va constitui cea de a doua zonă (zona 2).

În figura 4 este prezentată schema instalației globale.

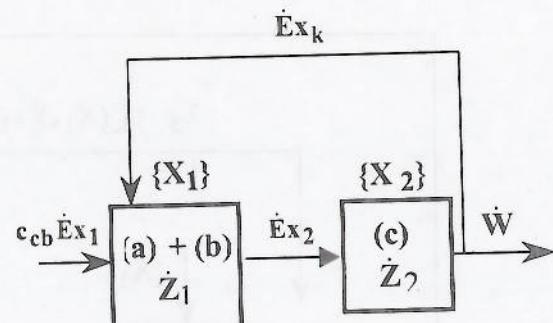


Fig. 4

Conform ipotezei adoptate în cadrul metodei descompunerii, costurile investițiilor zonale și ecuațiile de constrângere devin:

$$\dot{Z}_1 = z_1(x_1, \dot{Ex}_2) \quad (29)$$

$$\dot{Z}_2 = z_2(x_2, (\dot{Ex}_k + \dot{W})) \quad (30)$$

$$\dot{Ex}_1 = \varepsilon_1(x_1, \dot{Ex}_2) \quad (31)$$

$$\dot{Ex}_2 = \varepsilon_2(x_2, (\dot{Ex}_k + \dot{W})) \quad (32)$$

$$\dot{Ex}_k = \varepsilon_k(x_1, \dot{Ex}_2) \quad (33)$$

$$\dot{Ex}_3 = \dot{W} \quad (34)$$

Instalația de turbină cu gaze descompusă în zone disipative este data în figura 5.

Funcția obiectiv de minimizat este costul total al sistemului global

$$\dot{C} = c_{cb} \cdot \dot{Ex}_1 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 \quad (35)$$

Tinând cont de relația (35), de condițiile restrictive (31) – (33) și de funcțiile (29) și (30), se construiește Lagrangianul

$$\begin{aligned} \dot{L} = & c_{cb} \cdot \dot{Ex}_1 + z_1 + z_2 + \lambda_1(\varepsilon_1 - \dot{Ex}_1) + \\ & + \lambda_2(\varepsilon_2 - \dot{Ex}_2) + \lambda_3(\varepsilon_k - \dot{Ex}_k) \end{aligned} \quad (36)$$

Condițiile necesare de minim pentru funcția obiectiv  $\dot{C}$  sunt:

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial X_1} = \frac{\partial}{\partial X_1} (z_1 + \lambda_1 \cdot \varepsilon_1 + \lambda_3 \cdot \varepsilon_k) = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial X_2} = \frac{\partial}{\partial X_2} (z_2 + \lambda_2 \cdot \varepsilon_2) = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial \dot{Ex}_1} = 0 \Rightarrow c_{cb} = \lambda_1 \quad (39)$$

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial \dot{Ex}_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \dot{Ex}_2} (z_1 + \lambda_3 \cdot \varepsilon_k + \lambda_1 \cdot \varepsilon_1) = \lambda_2 \quad (40)$$

$$\frac{\partial \dot{L}}{\partial \dot{Ex}_k} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \dot{Ex}_k} (z_2 + \lambda_2 \cdot \varepsilon_2) = \lambda_3 \quad (41)$$

Ecuatiile (37) și (38) reprezintă condițiile necesare de minim ale costurilor totale locale ale zonelor 1 și 2 în raport cu parametrii decizionali ai acestor zone, în condițiile prețurilor unitare  $\lambda$  ale energiilor cumpărate.

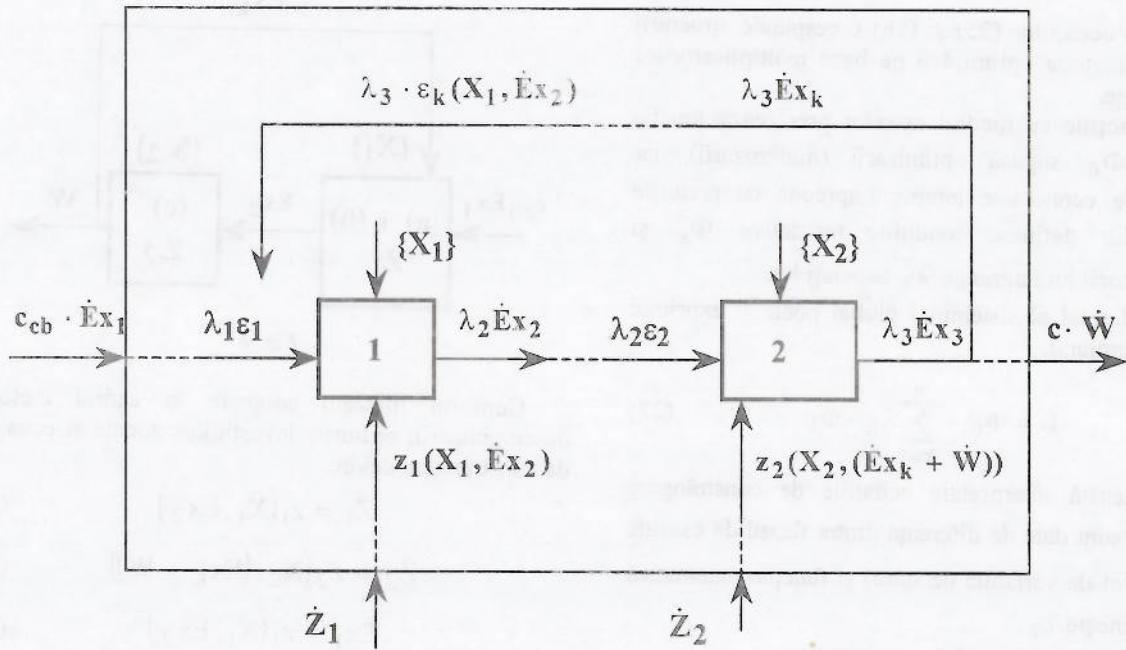


Fig. 5

Optimizarea locală realizează un balans între costul investiției și al combustibilului cumpărat.

Ecuatiile (39) – (41) precizează valoarea multiplicatorilor  $\lambda$  a căror semnificație economică o reprezintă prețurile exergoeconomice de umbră ale combustibilului la intrarea în fiecare echipament, adică cu cât se modifică funcția obiectiv a unei zone la modificarea cu o unitate a produsului zonal.

Rezultă deci, că dacă ratele investițiilor zonale și curentii de exerie la intrarea în zone sunt exprimate funcție de fluxurile de exerie ieșite (produși zonali) și de parametrii decizionali locali, sistemul global se poate descompune în zone independente care pot fi optimizate separat pe baza obiectivelor zonale și a multiplicatorilor lui Lagrange. Multiplicatorii lui Lagrange capătă semnificația economică a prețurilor exergiilor intrate (cumpărate) în fiecare zonă.

Analiza prezentată ne permite să ajungem la concluzia că se poate optimiza la scară locală un echipament sau un subproces al unui sistem complex, considerând costurile unitare ale combustibilului consumat ca fiind costuri exergoeconomice de umbră.

#### 4. CONCLUZII

Studiul operării sistemului de cogenerare a energiei electrice și căldurii (fig. 1), arată cu claritate că în cazul existenței mai multor produși, pentru atribuirea corectă a costului fiecărui dintre ei, ecuația de bilanț economic scrisă la nivelul global trebuie completată cu condiții suplimentare.

În cazul echivalenței energetice sunt sesizate numai pierderile externe, cele interne nefiind luate în calcul. Numai echivalența exergetică reușește să aducă la același numitor diferențele tipuri de energie, costurile atribuite lor în acest mod apropiindu-se de realitate.

Optimizarea termoeconomică a instalației de turbină cu gaze (fig. 2), sistem caracterizat printr-un produs

unic, a relevat faptul că, teoretic, procedura poate fi realizată făcând apel numai la primul principiu al termodinamicii. În acest caz însă, căutarea optimului funcțional și constructiv este anevoieasă.

Utilizarea în schimb a exergiei poate conduce în anumite condiții la descentralizarea sistemului complex și optimizarea locală a zonelor productive. Acest fapt conduce la simplificarea majoră a procedurii de optimizare.

Se demonstrează cu această ocazie că analiza exergetică se poate constitui într-un instrument extrem de util în atingerea scopului final al proiectării oricărui sistem, obiectiv care este de obicei obținerea profitului maxim în anumite condiții precizate.

#### BIBLIOGRAFIE

- Dobrovicescu, A., *Analiza exergetică și termoeconomică a sistemelor frigorifice și criogenice*, AGIR, București, 2000.  
 El-Sayed, Y.M., Evans, R.B., „Thermoeconomics and the Design of Heat Systems”, *Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Power*, 92, Series A, Nr. 1, p. 27, 1970.  
 El-Sayed, Y.M., Tribus, M., „The Strategic Use of Thermoeconomic Analysis for Process Improvement”, *Efficiency and Costing Second Law Analysis of Processes, ACS Symposium*, Series 235, Ed. R. Gaggioli, Washington, 1983.  
 Frangopoulos, C.A., *Thermoeconomic Functional Analysis: A Method for the Optimal Design or Improvement of Complex Thermal Systems*, Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1983.  
 Gaggioli, R.A., El-Sayed, Y.M., „A Critical Review of Second-Law Costing Methods”, *ASME Book, 100236*, pp. 59 – 73, 1987.  
 Keenan, J.H., „A Steam Chart for Second Law Analysis”, *Mechanical Engineering, Trans. ASME*, 54, 195, pp. 195–204, 1932.  
 Lozano, M.A., *Termoeconomia*, Universidad de Zaragoza, 1992.