COUPLAGE THERMIQUE ENTRE UN ÉCOULEMENT D'AIR ET UNE PLAQUE D'ÉPAISSEUR FINIE EXPOSÉE A UN FLUX VARIABLE SUR LA FACE AVANT

M. LACHI, Emilia MLADIN**, J. PADET**

*U.F.R. Sciences Exactes et Naturelles, Reims Cedex 2 (France), **UNIVERSITE POLYTECHNIQUE de Bucarest (Roumanie)

Rezumat. *Obiectivul acestui studiu îl constituie cuplajul conductiv – convectiv în regim nestaționar între un curent de aer în curgere forțată și o placă plană de grosime finită, supusă unui flux de perete impus pe toată interfața solid-fluid. Variația fluxului astfel generat la interfață este absorbit, în parte de către placa solidă, în parte de către fluid, ceea ce explică cuplajul inevitabil între conducție și convecție în placa solidă și fluid, în regim nestaționar. Problema este tratată sub aspect teoretic. Pornind de la rezolvarea prin metoda integrării a ecuației energiei, se ajunge la determinarea temperaturii în solid și în fluid, respectiv a coeficientului de transfer de căldură prin convecție.*

Mots clés: *Convection forcée, conduction, régime instationnaire, Karman Pohlhausen, méthode intégrale, coefficient d'échange convectif*

Nomenclature

e	épaisseur de la plaque	λ_f	conductivité thermique du fluide
a_s	diffusivité thermique du solide	λ_s	conductivité thermique du solide
a_f	diffusivité thermique du fluide	λ^+	rapport des conductivités thermiques $=\lambda_f/\lambda_s$
h	coefficient d'échange convectif	δ	épaisseur de couche limite dynamique
T_s	température dans le solide	δ_t	épaisseur de couche limite thermique
T_∞	température dans l'écoulement externe	θ_f	différence de température dans le fluide
T_p	température interfaciale (y = 0)	θ_s	différence de température dans le solide
T_f	température dans la couche limite fluide	θ_p	différence de température interfaciale
x, y	abscisse et ordonnée	Φ_0	echelon de flux d'énergie
U_∞	vitesse d'écoulement fluide externe	Φ_f	densité de flux d'énergie dans le fluide
U, V	composantes du vecteur vitesse	Φ_s	densité de flux d'énergie dans le solide

1. INTRODUCTION

La connaissance des phénomènes d'échanges thermiques entre un fluide et une paroi joue un rôle important dans le dimensionnement et l'analyse de nombreux systèmes thermiques tels que : les échangeurs, les chaudières, le stockage de l'énergie, le refroidissement de composants électroniques, etc. De ce fait la détermination de la température interfaciale entre les deux milieux solide-fluide ainsi que du coefficient d'échange est une aide précieuse pour concevoir ce genre de dispositifs, leur dimensionnement, et en particulier leur optimisation.

Pour la détermination du coefficient d'échange par convection on a recours à la loi de Newton, établie en régime permanent, exprimée par : $\phi = h\,s\,(T_p - T_\infty)$, où h est le coefficient d'échange thermique. Le problème devient vite complexe dans le cas d'un régime instationnaire, c'est-à-dire quand la température de paroi T_p est variable dans le temps. Logiquement dans cette configuration, si l'on suppose que la couche limite dynamique reste stable, l'évolution de la couche limite thermique, quant à elle, est belle et bien fonction de l'espace et du temps et il en va de même pour le coefficient d'échange convectif local.

Dans le but d'élargir les connaissances dans ce domaine [1-5], on étudie analytiquement l'interaction, en régime transitoire, entre une couche limite laminaire et une plaque plane d'épaisseur finie, recevant un échelon de flux d'énergie uniforme généré à l'interface solide-fluide. Le calcul des évolutions de températures pariétales nous permet d'avoir des indications complètes sur l'évolution du champ de température dans la plaque solide et dans le fluide ainsi que sur l'évolution du coefficient d'échange local.

2. POSITION DU PROBLÈME

Dans ce modèle, nous considérons le cas d'une plaque plane de longueur semi-infinie et d'épaisseur finie e, maintenue dans un écoulement d'air incompressible de vitesse U_∞ et de température T_∞. Les propriétés thermophysiques du fluide et de la plaque sont supposées constantes. On néglige, en outre, la conduction longitudinale dans la plaque en supposant que la longueur de plaque est très supérieure à son

épaisseur. La couche limite dynamique est établie et indépendante du champ de températures. A un instant $t = 0$, la plaque est impulsivement soumise à un échelon de flux énergétique uniforme ϕ_o sur toute sa face supérieure en contact avec le fluide.

La plaque étant parfaitement isolée sur sa face arrière, on suppose que l'échelon de flux d'énergie généré sur l'interface solide-fluide en $y = 0$, est absorbé en partie par le solide et en partie rejeté dans le fluide (figure 1).

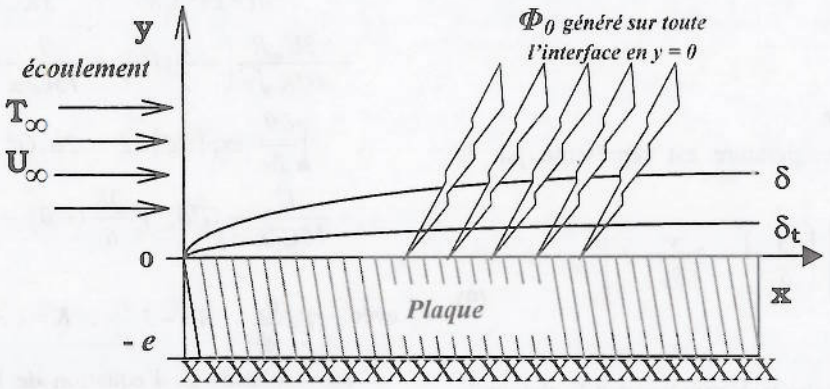

Fig. 1. Schématisation de l'écoulement sur la plaque d'épaisseur finie avec un échelon de flux d'énergie imposé sur toute la face en y = 0.

3. MODÉLISATION EN INSTATIONNAIRE

La modélisation des échanges convectifs instationnaires dans la couche limite d'une plaque plane soumise à un échelon de flux d'énergie, repose sur l'utilisation de la méthode de Karman-Pohlhausen pour la recherche des expressions respectives des champs de vitesses et de températures [4]. La formulation de l'équation semi-intégrale de l'énergie au sein de la couche limite nous permet le couplage des échanges en fonction des caractéristiques du fluide et du solide.

3.1. Dans le fluide

Les équations dans le fluide sont les suivantes:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \qquad (1)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a_f\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (3)$$

avec les conditions aux limites dynamiques:

$$0 \le x \le L \text{ et } \begin{cases} y = 0 : & U = V = 0 \\ y \ge \delta : & U = U_\infty \end{cases} \qquad (4)$$

et les conditions aux limites thermiques:

$$\begin{cases} & y \ge \delta_t : & T_f = T_\infty \\ t>0 \quad 0 \le x \le L & y = 0 : & -\lambda_f \dfrac{\partial T_f}{\partial y} = \phi_0 - \phi_s \\ & y = 0 : & T_f = T_p \end{cases} \qquad (5)$$

3.2. Dans le solide

Dans la plaque solide, comme on néglige la conduction longitudinale, on utilise la loi de conduction thermique :

$$\frac{1}{a_s}\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \qquad (6)$$

les conditions aux limites sont :

$$t < 0 \quad -e \le y \le 0 : \quad T_s = T_\infty$$

$$y = -e : \quad -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} = 0$$

$$t \ge 0 \quad y = 0 : \quad \begin{cases} -\lambda_s \dfrac{\partial T_s}{\partial y} = \phi_0 - \phi_f \\ T_s = T_p \end{cases} \qquad (7)$$

3.3. A l'interface solide-fluide

Après le dépôt et le maintien du flux d'énergie à l'instant $t = 0$ sur toute l'interface solide-fluide, la relation de continuité des flux s'écrit:

en $y = 0$ $\quad |\phi_0| = |\phi_s| + |\phi_f|$ (8)

et pour la température interfaciale on suppose que:

en $y = 0$ $\quad T_s = T_f = T_p(x,t)$

Dans la suite du calcul analytique on utilise les changements de variables suivants:

$\theta_f = T_f - T_\infty$ dans le fluide, $\theta_s = T_s - T_\infty$ dans la plaque, et $\theta_p = T_p - T_\infty$ à l'interface en $y = 0$.

4. CALCUL DES PROFILS DE TEMPÉRATURE ET DE VITESSE

On utilise la méthode de Karman-Pohlhausen pour la recherche des profils de température et de vitesse. Pour la température, on l'a choisi d'ordre deux, alors que pour la vitesse on s'est fixé un polynôme d'ordre trois.

4.1. Dans le fluide

Profil de température

Le champ de température est représenté par le polynôme suivant:

$$\theta_f = \theta_p \left[\left(\frac{y}{\delta_t} \right)^2 - 2\frac{y}{\delta_t} + 1 \right] \tag{9}$$

Profil de vitesse

Le polynôme d'ordre trois représentant le champ de vitesse est donné par:

$$U = U_\infty \left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \right] \quad où \ \delta = C\sqrt{x} \ et \ C = 5\sqrt{\frac{\nu}{U_\infty}} \tag{10}$$

4.2. Dans le solide

Pour la recherche du polynôme représentant le profil de température dans le solide, et solution de l'équation (6), on utilise les conditions aux limites (7) et (8). Le polynôme obtenu est donné par:

$$\theta_s = \theta_p + \left(Q - 2\lambda^+ \frac{\theta_p}{\delta_t} \right) y + \left(\frac{Q}{2e} - \frac{\lambda^+}{e}\frac{\theta_p}{\delta_t} \right) y^2 \quad où \ Q = \frac{\phi_0}{\lambda_f} \tag{11}$$

5. EQUATIONS DE L'ÉNERGIE DANS LE FLUIDE ET DANS LE SOLIDE

La forme intégrale de l'équation de l'énergie au sein de la couche limite thermique s'écrit:

$$\int_0^{\delta_t} \frac{\partial \theta}{\partial t} \mathrm{d}y + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_t} \theta U \mathrm{d}y = -a_f \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} \tag{12}$$

Dans le solide, l'équation de l'énergie prend la forme suivante:

$$\int_{-e}^{0} \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} \mathrm{d}y = \frac{1}{a_s} \int_{-e}^{0} \frac{\partial \theta}{\partial t} \mathrm{d}y \tag{13}$$

A l'aide des profils de températures et de vitesses, la résolution de l'équation intégrale (12) aboutit à une équation aux dérivées partielles dont les inconnues sont: la température interfaciale et l'épaisseur de couche limite thermique. La forme finale de l'équation de l'énergie obtenue est la suivante:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{2}{3} G^4 \theta_p + \frac{1}{2K} G^3 \theta_p^2 \right) \frac{\partial \theta_p}{\partial t} + \\ &+ \frac{3U_\infty}{8C\sqrt{x}} \left(G^3 \theta_p^2 + \frac{1}{K} G^2 \theta_p^3 \right) \frac{\partial \theta_p}{\partial x} - \\ &- \frac{U_\infty}{4C^3 x^{3/2}} \left(\frac{1}{8} G \theta_p^4 + \frac{1}{5K} \theta_p^5 \right) \frac{\partial \theta_p}{\partial x} + \\ &+ \frac{3U_\infty R}{4CK\sqrt{x}} \left(-\frac{1}{2} G^2 \theta_p^3 + \frac{1}{15C^2 x} \theta_p^5 \right) \exp(-Rt) \cdot \\ &\cdot \int_0 \frac{\partial \theta_p}{\partial x} \exp(R\xi) \mathrm{d}\xi = 2a_f G^6 - \frac{R}{3} G^4 \theta_p^2 + \\ &+ \frac{U_\infty}{16C^3 x^{3/2}} G^3 \theta_p^3 + \frac{QR}{6} G^4 \theta_p^2 - \frac{U_\infty}{80C^3 x^{5/2}} G \theta_p^5 \end{aligned} \tag{14}$$

avec: $G = \frac{\theta_p}{\delta_t}$, $R = -3\frac{a_s}{e^2}$, $K = e\lambda^+$.

La résolution de l'équation de l'énergie (13) nous donne le paramètre temporel G, reliant la couche limite thermique à la température interfaciale, d'où la relation:

$$\begin{aligned} G = \frac{\theta_p}{\delta_t} &= \frac{Q}{2}(1 - \exp(-Rt)) - \frac{3}{2k}\theta_p + \\ &+ \frac{3}{2k} R \exp(-Rt) \int_0^t \theta_p \exp(R\xi) \mathrm{d}\xi \end{aligned} \tag{15}$$

En introduisant (15) dans l'équation intégro-différentielle (14), on obtient une équation aux dérivées partielles dont la seule inconnue est la température interfaciale $\theta_p(x,t)$.

La connaissance de cette température nous permet de remonter au coefficient d'échange convectif local et instantané, qui est donné par la relation suivante:

$$h(x,t) = \frac{\phi_f(x,t)}{\theta_p(x,t)} = 2\lambda_f \frac{G}{\theta_p(x,t)} \tag{16}$$

6. RÉSOLUTION ET RÉSULTATS

Pour la résolution numérique de l'équation (14), on utilise la méthode des différences finies avec un maillage régulier selon un schéma explicite.

A titre d'exemple de résultats ainsi obtenus, nous présentons ceux relatifs à l'application d'un flux de 100 W/m², sur une plaque (Norcoat) de 7 mm d'épaisseur et de conductivité thermique λ_s = 0.12 W/m.C. L'écoulement considéré étant de l'air s'écoulant a une vitesse de 1 m/s.

Les évolutions spatiales de la température interfaciale paramétrées par le temps, sont présentées sur la figure 2. Elles sont monotones croissantes et tendent progressivement vers des valeurs caractéristiques du régime d'équilibre thermique. Aux tout premiers instants le phénomène est purement conductif, puis à mesure que le temps croît, la convection s'impose.

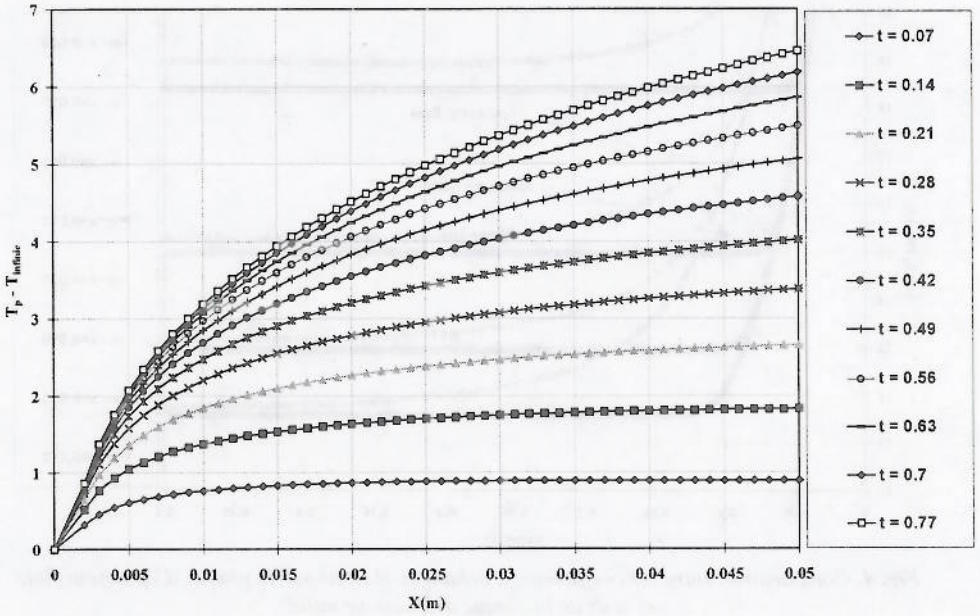

Fig. 2. Profils de température en fonction de x, paramétrées par le temps, en y = 0.

Les évolutions en fonction du temps et en différentes positions x, du coefficient d'échange local induit, sont proposées sur la figure 3. Quelle que soit la position x le long de la plaque, elles présentent des variations opposées à celles de la température et ont globalement la même allure : d'une valeur très élevée au début de la phase transitoire, elles décroissent très rapidement pour tendre vers des valeurs limites correspondantes aux valeurs du régime permanent. Les très courtes phases transitoires observées pour les faibles abscisses x, sont dues principalement aux forts gradients de températures existant au sein de la couche limite thermique, qui commence tout juste à se former.

Afin de voir l'influence de la paroi, on a tracé sur la figure 4 (au dessus) les évolutions temporelles du coefficient d'échange convectif , pour quelques valeurs de x, obtenues dans le cas de la plaque d'épaisseur finie, et dans le cas de la plaque d'épaisseur nulle [3]. Ces évolutions confirment que sans la présence de la paroi, le phénomène de transfert par convection est plus rapide. Par contre, en présence d'une paroi d'épaisseur finie, le phénomène est retardé et le temps d'établissement est un peu plus long, car dans ce cas, la paroi absorbe une partie de l'énergie incidente.

Comme exemple d'évolutions de températures dans le solide et dans le fluide, on présente sur les figure 5 et 6, des profils fonction de y, tracés pour cinq positions x différentes et pour deux temps fixés. Les profils de température sont nettement paraboliques au temps courts (figure 5), tandis qu'au fur et à mesure que le temps croît (figure 6), ils prennent progressivement, dans le solide, une allure presque linéaire caractéristique du régime permanent final.

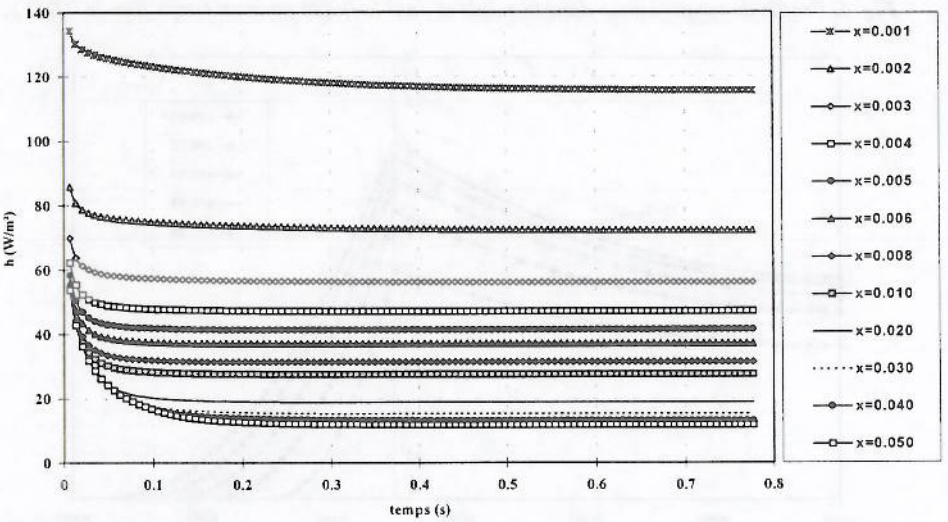

Fig. 3. Evolutions temporelles du coefficient d'échange convectif local paramétrées par x.

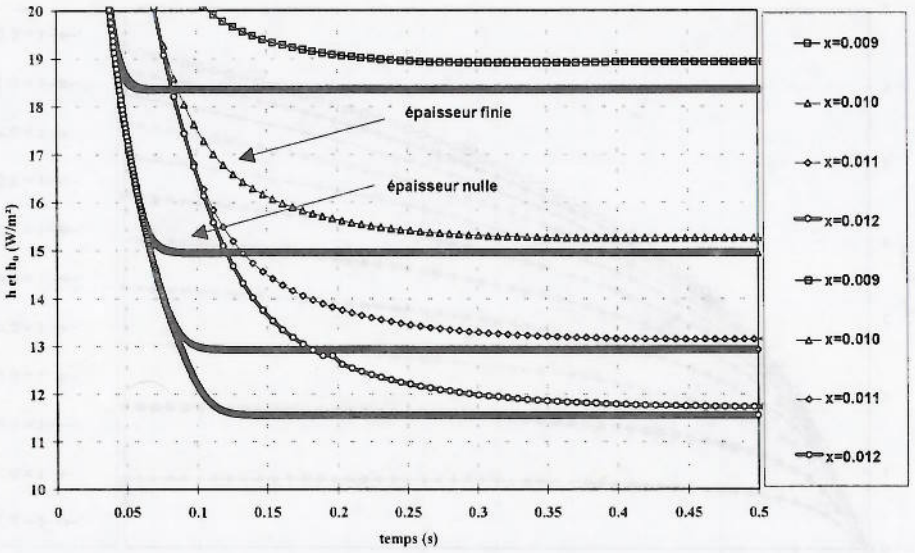

Fig. 4. Comparaison entre les coefficients d'échanges obtenus sur la plaque d'épaisseur finie et ceux de la plaque d'épaisseur nulle.

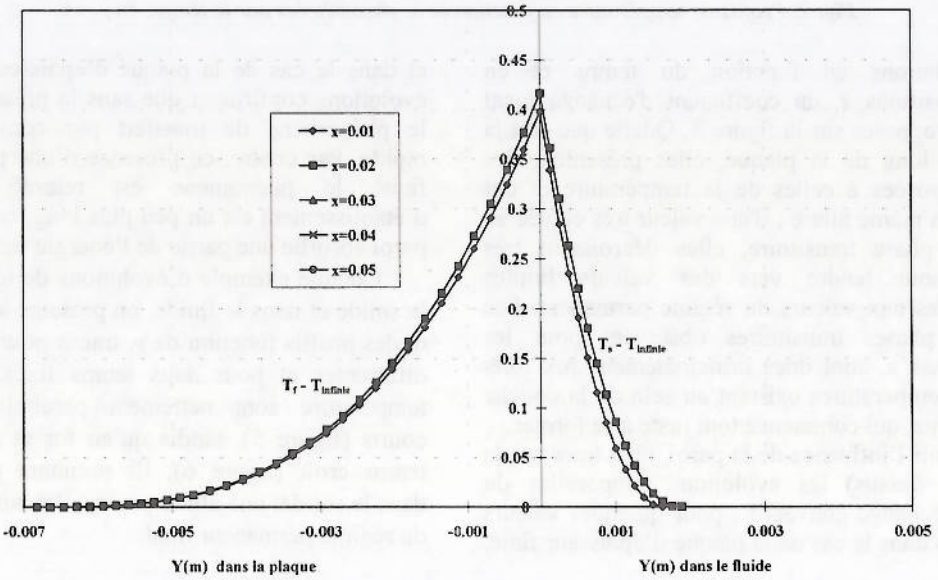

Fig. 5. Profils de températures dans le solide et dans le fluide pour un temps fixe de 0.035 s.

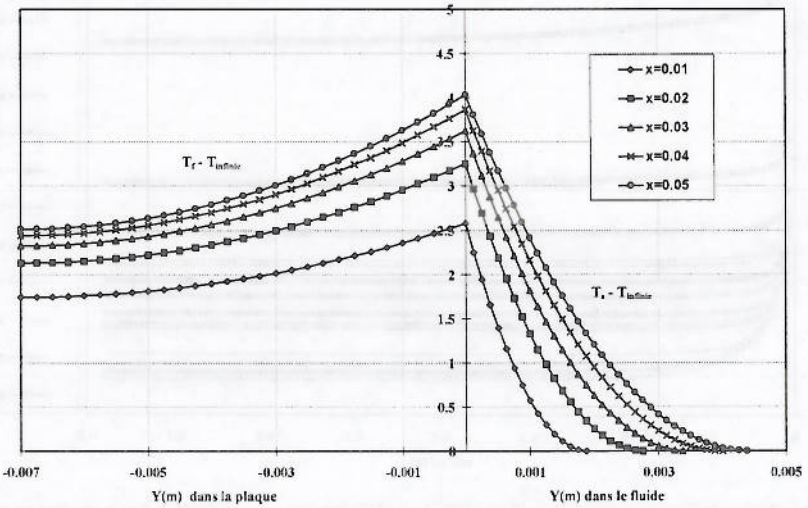

Fig. 6. Profils de températures dans le solide et le fluide pour un temps fixe de 0.35 s.

6. CONCLUSION

Cette analyse montre bien l'effet du couplage thermique induit par la présence d'une paroi plane, même de faible épaisseur, sur les phénomènes de transferts de chaleur s'effectuant entre un milieu solide et un milieu fluide. Les durées des phases transitoires des coefficients d'échanges convectifs temporels, obtenues dans le cas de la plaque plane d'épaisseur finie sont plus longues que celles obtenues en négligeant la présence de la paroi c'est à dire avec une plaque d'épaisseur nulle.

REFERENCES

[1] REMY B., DEGIOVANNI A. et MAILLET D., *Mesure de coefficient d'échange pour des écoulements à faible vitesse*, Revue Générale de Thermique, 1995, Vol. 28, p. 397.

[2] LACHI M., POLIDORI G., PADET J., *Theoretical modelisation in transient convective heat transfer between a plate and laminar boundary layer flow*. I.C.H.M.T. on Transient Convective Heat Transfer. Begell House, inc. New York, 1996, pp. 27– 35.

[3] POLIDORI G., LACHI M., CHITOU N. et PADET J., *Modélisation des échanges convectifs instationnaires dans la couche limite d'une plaque plane d'épaisseur nulle soumise à un échelon de flux*. SFT 96, Thermique et transports, 1996, pp. 260–265.

[4] REBAY M., LACHI M., PADET J., *Extension de la méthode des solutions affines à un problème de couche laminaire en régime transitoire*. SFT 97, Thermique aéronautique et spatiale, pp.489–494.

[5] WANG R., CHUNG B. and THOMAS L., *Transient convective heat transfer for laminar boundary layer flow with effects of wall capacitance and resistance*, Journal of Heat Transfer, 1977, vol. 99, pp. 513–519.

(Continuare din pag. 1)

Trebuie subliniat că la lucrările conferinței au participat prietenul de suflet al României, profesorul american de origine română Adrian BEJAN de la Duke University, SUA, profesorul francez Michel FEIDT de la Universitatea „Henry Poincaré", Nancy, Franța, precum și, în premieră, profesorul doctor docent Viktor Mihailovici BRODIANSKII de la Institutul de Energetică din Moscova, Rusia, a cărui lucrare intitulată „Termodinamca la începutul secolului XXI" se află în curs de apariție la Editura AGIR.

Premiul special al SRT a fost acordat domnului dr. ing. Ioan GANEA pentru meritele cu totul deosebite manifestate în activitatea de editare a lucrărilor de inginerie termică. Prin eforturile pe care le-a depus a fost posibilă apariția, în serie nouă, în condiții grafice excepționale, a revistei de Termotehnică (1/2001). Cu această ocazie a fost reînnoit Consiliul științific editorial din care fac parte personalități științifice de prim rang ale ingineriei termice atât din țara noastră cât și din străinătate. Un loc aparte în acest consiliu îl ocupă colegii noștri de la Universitatea tehnică a Republicii Moldova reprezentați de acad. Valentin MUSTEAȚĂ.

Cu acest prilej de bilanț trebui să adresăm cele mai calde mulțumiri pentru sprijinul financiar acordat prin sponsorizare firmelor DANFOSS precum și MIDAL GROUP specializate în producerea de echipamente frigorifice, de aer condiționat, automatizare, centrale termice și calorifere.

În urma discuțiilor purtate și din inițiativa profesorului Michel FEIDT s-a ajuns la un acord în ceea ce privește organizarea periodică a Colocviilor franco-române pe teme Energie–Mediu–Economie–Termodinamică (COFRET).

Lucrările primului colocviu s-au desfășurat în primăvara acestui an (25-27 aprilie) la Universitatea „Politehnica" București. La aceste lucrări au participat 13 personalități franceze din domeniul ingineriei termice precum și 26 membri ai SRT cu comunicări dintre cele mai interesante. Cu acest prilej se cuvine să adresăm calde mulțumiri profesorului Florea CHIRIAC pentru sprijinul acordat în editarea volumului de lucrări, colegilor prof. Mircea MARINESCU, prorector științific al UPB, prof. Alexandru Dobrovicescu, prof. Gheorghe Popescu, conf. Monica Costea, principalii organizatori, ca și colegului dr. ing. Valentin APOSTOL pentru sponsorizarea acestei acțiuni de mare prestigiu a școlii științifice românești de inginerie termică.

Din motive independente de voința noastră organizarea unei conferințe naționale de termotehnică la Universitatea de Petrol–Gaze Ploiești nu a fost posibilă astfel că s-a ajuns la un acord în ceea ce privește organizarea acesteia în zilele de 14–15 noiembrie 2002 la Academia Navală „Mircea cel Bătrân" din Constanța președintele comitetului de organizare fiind prof. dr. ing. Anastase PRUIU. Această conferință, a XXI-a, se va desfășura în paralel cu sesiunea jubiliară de comunicări științifice cu participarea internațională prilejuită de „130 de ani de învățământ de marină".

Cu acest prilej de bilanț trebuie subliniate eforturile colegiului redacțional de a edita și prezentul număr al revistei cu un articol de deschidere semnat de Rectorul Academiei Navale „Mircea cel Bătrân", domnul contraamiral de flotilă prof. dr. Gheorghe MARIN.

Cu aceste gânduri și cu speranța că viitorul ne va rezerva numai lucruri bune, conducereaSRT urează tuturor membrilor săi succese pe toate planurile și, mai ales, sănătate.