

# CU PRIVIRE LA NATURA PROBABILISTICĂ – INFORMAȚIONALĂ A ENTROPIEI ȘI CĂLDURII\*)

Vsevolod RADCENCO, Gheorghe POPESCU

UNIVERSITATEA POLITEHNICA, București,

*Abstract.* This paper deals with several aspects related to the interconnection between thermodynamics, probabilities and information. Concepts as energetic and entropic transformations are related to probability and phenomenological thermodynamic information. For example, in case of a perfect gas, the concept of "thermal work" was associated to the heat flux transferred during a conservative reversible transformation. The thermal work is given as a function of the "thermal coordinates": (i) temperature and (ii) entropy.

Starting from BOLTZMANN's thermodynamic probability, one defines the concept of phenomenological thermodynamic probability, allowing to rewriting the relation between entropy and probability into a more homogenous form. One proves that the natural numbers are concentrations of maximum probability, while the real numbers are characterized by a certain degree of uncertainty. Use of the new form of BOLTZMANN relation leads to the reversible probabilistic politropic equation. This allows to outline the two ultimate forms of the mechanical interaction in thermodynamics: (i) at constant temperature, associated to probability increase and information exchange and (ii) at constant entropy, associated to constant probability and without information exchange.

The concept of phenomenological thermodynamic probability allows to deriving on probabilistic basis the well-known relationship of reversible politropic heat exchange and confirms the correlation between probability and information.

## 1. INTRODUCERE

Începând cu anul 1865, când germanul CLAUSIUS (1822 – 1888) a introdus noțiunea de entropie [1, 2], problematica complexă a interpretării fizice a acesteia a constituit o preocupare importantă atât la nivel științific cât și filozofic. Este bine cunoscută demonstrația acestuia care, apelând la operația de descompunere a unu ciclu termodinamic direct, endo- și exoreversibil oarecare, într-o cascadă infinită de cicluri CARNOT directe, și apoi aplicând așa numita *funcție Carnotică*:

$$\frac{\delta Q'}{T'} + \frac{\delta Q''}{T''} = 0 \quad (1.1)$$

fiecărui ciclu CARNOT infinit mic al cascadei, a permis obținerea celebrei *integrale al lui CLAUSIUS*:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (1.2)$$

\*) Lucrarea de față pe care am onoarea să o prezint în memoria profesorului și prietenului nostru Vsevolod Radcenco, dispărut în mod atât de tragic dintre noi în dimineața zilei de joi 6 februarie a.c., în urma unui accident cerebral, este ultima sa lucrare. Ea a fost prezentată pentru prima oară de către profesorul Radcenco la sfârșitul anului 2002, atât la Conferința S.R.T. din noiembrie, de la Constanța, cât și la Conferința B.I.R.A.C. din decembrie, de la Universitatea Tehnică de Construcții București. La propunerea domnilor profesori Ion Ioniță, Adrian Bejan și Michel Feidt, această lucrare, într-o formă completată și rearanjată de mine a fost prezentată la data de 10 aprilie 2003, la Conferința Internațională „Științe Termice Avansate” de la Galați.

Prof. dr. ing. Gheorghe Popescu

În relația (1.1),  $\delta Q'$  și  $\delta Q''$  sunt cantitățile elementare de căldură schimbate în mod reversibil de agentul termic cu sursa caldă, de temperaturi  $T'$ , și respectiv cu sursa rece, de temperaturi  $T''$ .

Împărțirea integralei lui CLAUSIUS pe ciclu reversibil oarecare considerat, relația (1.2), în două integrale și anume: pe o primă porțiune reversibilă în care agentul termic preia căldură de la un număr infinit de surse calde cu temperaturi diferite, și respectiv, pe o a doua porțiune reversibilă în care agentul termic cedează căldură unui număr infinit de surse reci, de asemenea cu temperaturi diferite, a condus la concluzia referitoare la existența unei noi mărimi de stare, a cărei variație nu depinde de drumul parcurs de agentul termic, mărime pe care CLAUSIUS a denumit-o *entropie* ( $\eta$ ):

$$\Delta S_{1,2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}; \quad \rightarrow \quad dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (1.3)$$

Odată cu apariția acestui concept, în planul vieții științifice studiul proceselor termice și nu numai, dacă ne referim și la cele de natură economică, biologică și cosmologică, s-a complicat într-un ritm alert, mai ales prin intrarea în scenă a unui alt concept asociat cu entropia, respectiv cel de *ireversibilitate*.

Fără a intra în detalii, care ar depăși cadrul acestui material, trebuie subliniat că până în prezent entropia a fost definită din mai multe puncte de vedere: mai întâi în termodinamică, apoi în mecanica statistică și, în fine, în mecanica cuantică. La aceste aspecte se adaugă cele privind legătura între entropie și informație sub forma



entropiei informaționale, punct de vedere ce i-a condus pe WEAVER și SHANNON, în anul 1948, la elaborarea a bazelor moderne ale teoriei informației [3, 4].

## 2. COORDONATE GENERALIZATE

„Dacă dorim să găsim bazele - a priori - ale principiilor termodinamicii în mecanica rațională, atunci trebuie căutate semnificațiile mecanice ale temperaturii și entropiei”,  
Josiah Willard GIBBS

Pentru caracterizarea stării energetice a unui sistem fizic, care prin prezența mișcării termice din interiorul acestuia, în majoritatea cazurilor poate fi considerat un sistem termodinamic, se poate recurge la generalizarea ideii referitoare la mărimile intensive și extensive din termodinamică sub forma *coordonatelor generalizate*, care pot fi grupate în două categorii:

- *forțe sau intensități generalizate*, notate prin  $Y$ , în care se încadrează forțele ce caracterizează toate tipurile de interacțiuni energetice (mecanică, termică, chimică, gravitațională, electrică, magnetică etc.), precum și intensitățile acestor câmpuri de interacțiuni;
- *deplasări sau sarcini generalizate*, notate cu  $X$ , care includ mărimile fizice ce caracterizează spațiul în care au loc diferitele tipuri de interacțiuni energetice (lungime, suprafață, volum, cantitate de substanță, de sarcină sau de linii de câmp etc.), precum și mărimile lor derivate, a căror valoare prezintă o variație sub acțiunea forțelor generalizate.

Cercetările efectuate până în prezent au evidențiat faptul că, majoritatea, dacă nu chiar toate, legile fundamentale ale fizicii pot fi exprimate pe baza unei singure ecuații de legătură între coordonatele generalizate, ecuație denumită *politropa generalizată*, definită în două forme [5, 6]:

$$Y \cdot X^n = ct.; \quad Y = ct. \cdot X^n \quad (2.1)$$

unde  $n \in (0, \infty)$ , este *exponentul politropic generalizat* ce caracterizează intensitatea interacțiunii energetice considerate.

Astfel, legea atracției universale, stabilită de NEWTON sub forma:

$$F = \gamma \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (2.2)$$

reprezintă un caz particular al primei forme a politropei generalizate, adică:

$$F \cdot r^2 = ct. \quad \text{sau:} \quad g \cdot r^2 = ct. \quad (2.3)$$

unde  $n = 2$ , reprezintă *exponentul politropic al atracției universale*.

Pe baza politropei generalizate, relațiile (2.1), se poate stabili o expresie a lucrului elementar de deformare generalizată a suprafeței de control a unui sistem fizic sub două forme:

$$\delta L = -\frac{d\Omega}{n-1}; \quad \delta L = \frac{d\Omega}{n+1}; \quad \rightarrow \quad L_{1,2} = -\int_1^2 \frac{d\Omega}{\pm n-1} \quad (2.4)$$

unde  $\Omega = Y \cdot X$ , are rolul unui potențial energetic generalizat.

În acest ansamblu al coordonatelor generalizate, de tip  $Y$  și  $X$ , un rol aparte îl dețin așa numitele *coordonate termice de stare* ale unui sistem termodinamic și anume temperatura  $T$ , ca variabilă intensivă, având rolul lui  $Y$ , și entropia  $S$ , ca variabilă extensivă, având rolul lui  $X$ ; ambele cu caracter scalar și intervin în calculul schimbului de căldură. Astfel, pentru interacțiunea termică conservativă și reversibilă, căldura schimbată poate fi denumită și *lucru termic*, ea calculându-se cu expresia bine cunoscută, dedusă din relația de definiție a entropiei:

$$\delta Q = T \cdot dS; \quad \rightarrow \quad Q_{1,2} = \int_1^2 T \cdot dS \quad (2.5)$$

Pornind de la această ultimă observație, în mod justificat, se poate pune întrebarea dacă nu cumva, similar cu celelalte tipuri de interacțiuni, pentru interacțiunea termică, între mărimile  $T$  și  $S$  există o dependență politropică de tipul celor menționate anterior. Pentru a putea răspunde la această întrebare considerăm că se impune efectuarea unei incursiuni istorice în teoria termodinamicii [1-16], prilej cu care vom arăta că relația lui BOLTZMANN are un rol fundamental.

## 3. PROBABILITATEA TERMODINAMICĂ

„Adevărata logică a lumii stă în calculul probabilităților”, James Clerk MAXWELL

Odată cu introducerea noțiunii de entropie în știință au început și frământările legate mai ales de explicarea mecanismului de apariție a ireversibilității în derularea proceselor reale din natură. În acest ansamblu de preocupări au fost antrenate mari personalități cum ar fi: James Clerk MAXWELL (1831-1879), Ludwig BOLTZMANN (1844 - 1906), Max PLANCK (1858-1947), Lars ONSAGER (1903-1976) și Ilia PRIGOGINE.

În 1877, pentru a caracteriza un sistem descris pe baza probabilității  $W$  a nivelelor sale de energie, BOLTZMANN a introdus entropia cu ajutorul relației devenite celebre:

$$S = k \cdot \ln W \quad (3.1)$$

unde:

$$k = \frac{R_M}{N_A} = \frac{8315}{6,023 \cdot 10^{26}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{\text{molec} \cdot K} \quad (3.2)$$

reprezintă *constanta lui BOLTZMANN*, ca raport între  $R_M$ , constanta molară a gazelor perfecte și  $N_A$ , numărul lui AVOGADRO.

În relația (3.1), mărimea  $W$ , numită *probabilitatea termodinamică*, a fost introdusă în 1877 de BOLTZMANN și are un caracter statistic, ea reprezentând numărul de microstări energetice ce poate caracteriza o macrostare energetică a unui sistem termodinamic format din  $N$  particule (molecule) repar-tizabile în  $j$  compartimente de volume  $V_1, V_2, \dots, V_j$ ,



în general inegale, care conțin fiecare  $N_1, N_2, \dots, N_j$  particule. Deci, probabilitatea termodinamică se calculează cu relația:

$$W = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_j!} \gg 1 \quad (3.3)$$

unde  $N = N_1 + N_2 + \dots + N_j \gg 1$ .

Ținând seama de numărul uriaș  $N$  de particule ale unui sistem termodinamic, din relația (3.3) se observă că, spre deosebire de probabilitatea matematică, care ia valori între zero și unu ( $p \in (0, 1)$ ), cea termodinamică este mult mai mare ( $W \gg 1$ ).

De asemenea, din relația (3.3) se constată că probabilitatea termodinamică devine maximă atunci când cele  $N$  particule sunt uniform distribuite ( $N_1 = N_2 = \dots = N_j$ ;  $N = j \cdot N_1$ ) în cele  $j$  compartimente de volume egale, aflate în aceleași condiții de temperatură și presiune. Astfel, probabilitatea termodinamică maximă, ce ar corespunde stării de echilibru termodinamic, are expresia:

$$W_{\max} = \frac{N!}{[(N/j)!]^j} \quad (3.4)$$

Dacă se definește *abaterea de la starea de echilibru a unui sistemului termodinamic*, ca raport între probabilitatea termodinamică maximă  $W_{\max}$  și probabilitatea termodinamică  $W$ , se poate observa ușor că inversul acesteia, *ponderea statistică termodinamică a unui sistem*  $\psi$ , ca și probabilitatea matematică, ia valori între zero și unu:

$$\psi = \frac{W}{W_{\max}} \in (0, 1) \quad (3.5)$$

#### 4. RELAȚIA LUI BOLTZMANN

Trebuie menționat că relația (3.1), deși este înscrisă pe piatra funerară a lui BOLTZMANN, nu a fost scrisă niciodată de către BOLTZMANN sub această formă. El a exprimat inițial relația de legătură între entropie și probabilitatea termodinamică sub forma:

$$S = R_M \cdot M \cdot \ln W + ct. \quad (4.1)$$

unde  $M$  reprezintă masa moleculei hidrogenului.

Demonstrația relației (3.1) aparține lui PLANCK [7] și constă în următoarele etape:

Se ține seama de proprietatea de aditivitate a entropiei astfel că entropia  $S$  a unui sistem *format din două subsisteme independente*, caracterizate prin entropiile  $S_1$  și  $S_2$ , este suma acestora:

$$S = S_1 + S_2 \quad (4.2)$$

Apoi se face ipoteza conform căreia entropia este o funcție de probabilitatea termodinamică a sistemului, respectiv, de probabilitatea termodinamică a subsistemelor componente și deci se poate scrie:

$$S = f(W); S_1 = f(W_1); S_2 = f(W_2) \quad (4.3)$$

Astfel, combinând relațiile (4.2) și (4.3), rezultă:

$$f(W) = f(W_1) + f(W_2) \quad (4.4)$$

Pe de altă parte, conform teoriei probabilităților, se ține seama de faptul că:

$$W = W_1 \cdot W_2 \quad (4.5)$$

și prin urmare, combinând relațiile (4.4) și (4.5), rezultă relația:

$$f(W_1 \cdot W_2) = f(W_1) + f(W_2) \quad (4.6)$$

Dacă, pentru început, în relația (4.6) se consideră  $W_1 = ct.$ , se derivează în raport cu  $W_2$ , rezultă:

$$W_1 \cdot f'(W_1 \cdot W_2) = f'(W_2) \quad (4.7)$$

Și dacă apoi, relația (4.7) se derivează în raport cu  $W_1$ , pentru  $W_2 = ct.$ , se obține:

$$W_1 \cdot W_2 \cdot f''(W_1 \cdot W_2) + f'(W_1 \cdot W_2) = 0 \quad (4.8)$$

Ținându-se cont de relația (4.5), relația (4.8) devine:

$$W \cdot f''(W) + f'(W) = 0 \quad (4.9)$$

Ecuția (4.9), unde  $f''(W) = df'(W)/dW = 0$ , fiind o ecuație diferențială de ordinul doi cu variabile separabile, după prelucrări matematice, poate fi scrisă și sub forma:

$$\frac{df'(W)}{f'(W)} + \frac{dW}{W} = 0 \quad (4.10)$$

Prin integrarea nedefinită a ecuației (4.10), introducând o constantă de integrare  $C_1$ , după ridicarea operației de logaritmare, se obține:

$$W \cdot f'(W) = C_1 \quad (4.11)$$

Ecuția (4.11), unde  $f'(W) = df(W)/dW$ , fiind o ecuație diferențială de ordinul întâi cu variabile separabile, după prelucrări matematice, poate fi scrisă și sub forma:

$$df(W) = C_1 \frac{dW}{W} \quad (4.12)$$

În continuare, prin integrarea nedefinită a ecuației (4.12), introducând o a doua constantă de integrare  $C_2$  și folosind relația (4.3), se obține:

$$S = C_1 \ln W + C_2 \quad (4.13)$$

Astfel, pe baza relației (4.13), pentru a fi respectată relația (4.2), rezultă că cea de-a doua constantă de integrare trebuie să fie nulă

$$(C_1 \ln W + C_2 = C_1 \ln W_1 + C_2 + C_1 \ln W_2 + C_2; \\ \rightarrow C_2 = 0).$$

Tot PLANCK a fost primul care a demonstrat că prima constantă de integrare din relația (4.11) este de fapt constanta lui BOLTZMANN ( $C_1 = k$ ), a cărei valoare este dată de relația (3.2) [2, 8, 10]. În legătură cu această constantă, PLANCK scria: „Adesea aceasta, ..., este denumită constanta lui BOLTZMANN, ... însă din câte știu, el nu a folosit niciodată valoarea ei



numerică. Această ultimă problemă el a transferat-o integral colegului său J. LOSCHMIDT, în calculele sale luând în considerare posibilitatea conform căreia teoria cinetică a gazelor reprezintă doar o interpretare mecanică a comportării lor la scara moleculară. De aceea pentru el era suficientă o constantă raportată la atom-gram. Notarea acestei constante cu litera  $k$  s-a făcut treptat, în timp. Chiar și după introducerea ei, mult timp în locul acestei constante era utilizat totuși numărul lui LOSCHMIDT ( $L$ ), egal cu numărul de atomi conținut într-un atom-gram” [9].

În finalul acestei demonstrații PLANCK a obținut relația (3.1), pe care a dedicat-o lui BOLTZMANN, în semn de recunoaștere a contribuțiilor sale la punerea bazelor fizicii moderne.

În lucrările lor KARAPETIANȚ și IACOBVICI fac aprecierea că relația lui BOLTZMANN, fiind valabilă pentru orice sistem, oricare ar fi natura stării sale energetice, la echilibru termodinamică sau nu, a permis interpretarea statistică a celui de-al doilea principiu al termodinamicii [8, 9]. „Avantajul folosirii metodei statistice este evident, deoarece entropia este în legătură cu căldura și temperatura, care sunt o consecință a structurii corpusculare a materiei” [10]. Astfel, evoluția unui sistem izolat are loc din stări mai puțin probabile în stări mai probabile, proces în care entropia acuză o creștere ca măsură a ireversibilității acestuia. Și tot „astfel, ireversibilitatea își pierde valoarea absolută iar principiul al doilea apare ca o lege de probabilitate, prin aceasta el deosebindu-se esențial de principiul întâi, care are un caracter absolut” [10].

**5. PROBABILITATEA TERMODINAMICĂ FENOMENOLOGICĂ**

Analiza relației lui BOLTZMANN sub forma (3.1) scoate în evidență o anumită neomogenitate în ceea ce privește unitățile de măsură ale mărimilor ce intervin în sensul că:

$$[S] = \frac{J}{K}; [k] = \frac{J}{molec \cdot K}; [W] = - \text{ (adimensional)}$$

Pentru a da un caracter mai tehnic și a omogeneiza dimensiunile relației lui BOLTZMANN considerăm necesară transcrierea acesteia apelând la următorul artificiu matematic foarte simplu:

$$S = k \ln W = k \cdot N \cdot \frac{1}{N} \ln W; \rightarrow S = k \cdot N \cdot \ln \sqrt[N]{W} \quad (5.1)$$

unde  $N$  reprezintă numărul de particule (molecule) conținut de sistemul termodinamic considerat.

În relația (5.1) se observă că produsul primilor doi termeni ai membrului drept au unitatea de măsură  $[k \cdot N] = J/K$  ca și membrul  $[S] = J/K$ . În timp ce cea de-a doua parte a membrului drept este adimensională:  $[\ln \sqrt[N]{W}] = -$ . Termenul de sub logaritm îl vom numi *probabilitate termodinamică fenomenologică*, pe care o vom nota cu:

$$\Pi = \sqrt[N]{W} \quad [-] \quad (5.2)$$

Folosind notația (5.2), relația (5.1), derivată din relația lui BOLTZMANN, devine:

$$S = k \cdot N \cdot \ln \Pi \quad (5.3)$$

Dacă se scrie ecuația termică de stare a gazului perfect exprimată în unități moleculare, conform teoriei cinetice a gazului perfect elaborată de BOLTZMANN, precum și cele exprimate în unități molare și respectiv masice, prin identificare se obțin egalitățile:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T = n_M \cdot R_M \cdot T = m \cdot R \cdot T \quad (5.4)$$

unde  $n_M$  [kmol] este numărul de kilomoli de gaz, iar  $m$  [kg] este masa gazului aflat în volumul  $V$ , la presiunea  $p$  și temperatura  $T$ . Astfel, din relațiile (5.4) rezultă:

$$k \cdot N = n_M \cdot R_M = m \cdot R \quad (5.5)$$

Pe baza egalităților din relația (5.5), relația (5.3) poate fi scrisă și sub formele:

$$S = n_M \cdot R_M \cdot \ln \Pi = m \cdot R \cdot \ln \Pi \quad \left[ \frac{J}{K} \right] \quad (5.6)$$

Ca urmare, entropia specifică molară a gazului perfect are expresia:

$$S_M = \frac{S}{n_M} = R_M \ln \Pi \quad \left[ \frac{J}{kmol \cdot K} \right] \quad (5.7)$$

Iar prin raportarea entropiei specifice molare a gazului perfect, relația (5.8), la constanta molară a gazelor perfecte, rezultă expresia entropiei specifice molare a gazelor perfecte sub formă adimensională:

$$\bar{S}_M = \frac{S_M}{R_M} = \ln \Pi \quad [-] \quad (5.8)$$

Ținând seama de expresia probabilității termodinamice statistice maxime, conform relației (3.4), rezultă că valoarea maximă a probabilității termodinamice fenomenologice va avea expresia:

$$\Pi_{max} = \frac{N!}{\sqrt[N]{\left(\left(\frac{N}{j}\right)!\right)^j}} \quad (5.9)$$

Pentru a găsi care sunt valorile maxime ale probabilității termodinamice fenomenologice, relația (5.9), se consideră un număr suficient de mare de particule, spre exemplu  $N = 22680$ , care este divizibil cu 1; 2; 3;...; 10 și folosind un calculator suficient de puternic pentru a putea calcula  $N!$ , se constată că:

- pentru  $j = 1$ :  $\Pi_{max} = 1$ ;
- pentru  $j = 2$ :  $\Pi_{max} = \frac{22680!}{\sqrt[22680]{(11340!)^2}} = 1,999537935$ ;
- pentru  $j = 3$ :  $\Pi_{max} = \frac{22680!}{\sqrt[22680]{(7560!)^3}} = 2,998648554$ ;
- pentru  $j = 4$ :  $\Pi_{max} = \frac{22680!}{\sqrt[22680]{(5670!)^4}} = 3,997350412$ ;
- pentru  $j \in (0, 1)$ :  $\Pi_{max} = \frac{22680!}{\sqrt[22680]{(4536!)^5}} = 4,995656489$ ;



- pentru  $j = 6$ :  $\Pi_{\max} = \sqrt[22680]{\frac{22680!}{(3780!)^6}} = 5,993576816$ ;
- pentru  $j = 7$ :  $\Pi_{\max} = \sqrt[22680]{\frac{22680!}{(3240!)^7}} = 6,991119576$ ;
- pentru  $j = 8$ :  $\Pi_{\max} = \sqrt[22680]{\frac{22680!}{(2835!)^8}} = 7,9882916905$ ;
- pentru  $j = 9$ :  $\Pi_{\max} = \sqrt[22680]{\frac{22680!}{(2520!)^9}} = 8,985099155$ ;
- pentru  $j = 10$ :  $\Pi_{\max} = \sqrt[22680]{\frac{22680!}{(2268!)^{10}}} = 9,981547266$ .

Ținând seama de numărul imens de mare al particulelor conținute de un sistem termodinamic real, rezultă că la limită, atunci când  $N \rightarrow \infty$  se obține  $\Pi_{\max} = \sqrt[\infty]{\infty}$ , care pentru  $j = 1; 2; 3; \dots$  etc. conduce la valori ale probabilității termodinamice fenomenologice maxime egale cu șirul numerelor naturale ( $\Pi_{\max} = 1; 2; 3; \dots$  etc.).

Deci, pe baza noului concept de probabilitate termodinamică fenomenologică, se poate afirma că șirul numerelor naturale reprezintă concentrări de probabilitate termodinamică fenomenologică maximă, în timp ce numerele intermediare au un anumit grad de incertitudine, concluzie care credem că prezintă un interes major în teoria numerelor.

### 6. POLITROPA PROBABILISTICĂ A GAZULUI PERFECT

*„Legătura generală între energie și temperatură poate fi stabilită numai pe baza analizei probabilistice. Două sisteme se află în echilibru statistic atunci când transmiterea energiei nu mărește probabilitatea”,*  
Max PLANCK

Dacă anterior, prin relația (5.6), s-a stabilit corelația între entropie ( $S$ ) și probabilitatea termodinamică fenomenologică ( $\Pi$ ), în continuare, prin intermediul lui  $S$ , se va stabili corelația dintre temperatură ( $T$ ) și  $\Pi$ .

În acest scop, se consideră transformarea politropică a unui gaz perfect ce este caracterizată prin căldura specifică masică:

$$c_n = c_v \frac{n-\gamma}{n-1} = \frac{R}{\gamma-1} \frac{n-\gamma}{n-1} \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \quad (6.1)$$

unde  $c_v$ ,  $n \in (-\infty, +\infty)$ ,  $\gamma$  și  $R$  sunt: căldura specifică masică izocoră, exponentul politropic, exponentul adiabatic și, respectiv, constanta gazului perfect considerat.

Într-un astfel de proces elementar, expresia schimbului de căldură va fi:

$$\begin{aligned} \delta Q &= m \cdot c_n \cdot dT = m \cdot R \frac{n-\gamma}{(\gamma-1) \cdot (n-1)} dT; \\ \rightarrow \delta Q &= n_M \cdot R_M \frac{n-\gamma}{(\gamma-1) \cdot (n-1)} dT \end{aligned} \quad (6.2)$$

Iar dacă procesul elementar este reversibil, variația entropiei gazului va fi:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = n_M \cdot R_M \frac{n-\gamma}{(\gamma-1) \cdot (n-1)} \frac{dT}{T} \quad (6.3)$$

Astfel, dacă se introduce noțiunea de *exponent politropic probabilistic*:

$$n_p = \frac{(\gamma-1) \cdot (n-1)}{n-\gamma} \in (-\infty, +\infty) \quad (6.4)$$

prin identificarea relației (6.3) cu derivata relației (5.6) rezultă *ecuația diferențială a politropei probabilistice reversibile a gazului perfect*:

$$\frac{dT}{T} = n_p \frac{d\Pi}{\Pi} \quad (6.5)$$

care, prin integrare, conduce la *ecuația politropei probabilistice reversibile a gazului perfect*:

$$T = ct \cdot \Pi^{n_p}; \quad \frac{T}{\Pi^{n_p}} = \frac{T_1}{\Pi_1^{n_p}} = \frac{T_2}{\Pi_2^{n_p}} = ct.; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \right)^{n_p} \quad (6.6)$$

Din relația (6.6) se constată că corelația între  $T$  și  $\Pi$  este de tipul celei de-a doua forme a politropei generalizate ( $Y = ct \cdot X^n$ ).

Prin particularizarea ecuației (6.6) pentru cele patru tipuri de transformări reversibile fundamentale se obține:

- în cazul izotermei:

$$T = ct.; \quad n = 1; \quad n_p = 0; \quad \rightarrow T = ct \cdot \Pi^0;$$

- în cazul izocorei:

$$V = ct.; \quad n \rightarrow \pm\infty; \quad n_p = \gamma - 1 \rightarrow T = ct \cdot \Pi^{\gamma-1};$$

- în cazul izobarei:

$$p = ct.; \quad n = 0; \quad n_p = \frac{\gamma-1}{\gamma} \rightarrow T = ct \cdot \Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}};$$

- în cazul izentropiei:

$$S = ct.; \quad n = \gamma; \quad n_p \rightarrow \pm\infty; \quad \rightarrow T = ct \cdot \Pi^{\pm\infty}; \quad \Pi = ct..$$

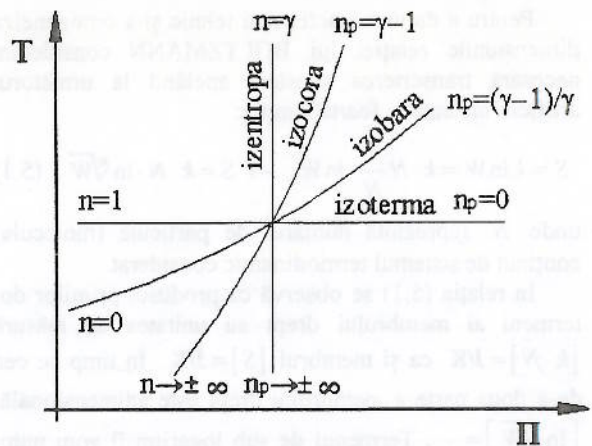


Fig. 1. Diagrama  $T - \Pi$   
 $n$  - exponent politropic;  $\gamma$  - exponent adiabatic;  $n_p$  - exponent politropic probabilistic.



Deci, după cum se poate aprecia că transformarea izocoră este caracterizată prin rigiditate geometrică, volumică, similar rezultă că transformarea izentropă reprezintă o transformare de rigiditate probabilistică, entropică și, după cum va rezulta în continuare, informațională.

Ilustrarea grafică a cazurilor particulare ale politropei probabilistice reversibile a gazului perfect este prezentată în fig. 1.

### 7. CALCULUL SCHIMBULUI DE CĂLDURĂ POLITROPIC AL GAZULUI PERFECT PE BAZĂ PROBABILISTICĂ

Din expresia matematică a principiului al doilea al termodinamicii pentru un proces elementar reversibil, ținând seama de variația infinit mică a entropiei, calculată pe bază probabilistică cu relația (5.6), se obține expresia schimbului elementar de căldură:

$$\delta Q = T \cdot dS = T \cdot n_M \cdot R_M \frac{d\Pi}{\Pi} = m \cdot R \cdot T \frac{d\Pi}{\Pi} \quad (7.1)$$

Prin integrarea relației (7.1), înlocuind temperatura cu relația obținută din ecuația (6.6), rezultă, însă de această dată pe bază probabilistică, bine cunoscuta relație de calcul a căldurii schimbate de un gaz perfect într-un proces politropic reversibil între stările 1 și 2:

$$\begin{aligned} Q_{1-2} &= m \cdot R \int_1^2 T \frac{d\Pi}{\Pi} = m \cdot R \cdot \frac{T_1}{\Pi_1^{n_p}} \int_1^2 \Pi^{n_p-1} d\Pi = \\ &= m \cdot R \cdot T_1 \frac{n-\gamma}{(\gamma-1) \cdot (n-1)} \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \\ &= m \cdot c_n (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (7.2)$$

### 8. CORELAȚII ÎNTRE MĂRIMILE DE STARE ȘI PROBABILITATEA TERMODINAMICĂ FENOMENOLOGICĂ A GAZULUI PERFECT

Pentru a stabili relațiile de legătură dintre mărimile de stare ale gazului perfect (presiune, volum, temperatură -  $p, V, T$ ) și probabilitatea termodinamică fenomenologică ( $\Pi$ ) se ține seama de ecuația reunită a ambelor principii ale termodinamicii pentru un proces elementar reversibil:

$$\delta Q = T \cdot dS = dU + \delta L \quad (8.1)$$

Înlocuind termenii expresiei (8.1), conform relațiilor (5.6) și (7.1) și a expresiilor variației infinit mici a energiei interne și a lucrului mecanic elementar schimbat de gazul perfect:

$$dU = m \cdot c_v \cdot dT = \frac{m \cdot R}{\gamma-1} dT; \quad \delta L = p \cdot dV \quad (8.2)$$

după prelucrări matematice simple, se obține următoarea ecuație diferențială cu variabile separabile:

$$\frac{1}{\gamma-1} \frac{dT}{T} = \frac{d\Pi}{\Pi} - \frac{dV}{V} \rightarrow \frac{1}{\gamma-1} d(\ln T) = d\left(\ln \frac{\Pi}{V}\right) \quad (8.3)$$

Prin integrarea ecuației (8.3) rezultă corelația:

$$T = ct. \cdot \left(\frac{\Pi}{V}\right)^{\gamma-1} \quad (8.4)$$

care, prin particularizare în cazul unui proces izoterm și respectiv izocor, conduce la:

$$T = ct. \rightarrow \frac{\Pi}{V} = ct. \quad (8.5.1)$$

$$V = ct. \rightarrow T = ct. \cdot \Pi^{\gamma-1} \quad (8.5.2)$$

Astfel, pe baza relației (8.5.1), rezultă că într-un proces izoterm modificarea volumului ocupat de gaz se reflectă în modificarea în același sens a probabilității termodinamice fenomenologice care caracterizează starea gazului. Iar pe baza expresiei matematice a lucrului mecanic schimbat de gazul perfect într-un proces izoterm reversibil:

$$L_{1-2} = m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \quad (8.6)$$

ceea ce înseamnă că acest schimb de lucru mecanic se obține pe seama modificării probabilității termodinamice fenomenologice a sistemului, afirmație care poate fi extinsă în domeniul vibrației izotermice a sistemelor elastice din mecanică, a tracțiunii izotermice a oțelului din rezistența materialelor, a încărcării - descărcării izotermice a condensatoarelor și a magnetizării - demagnetizării izotermice a bobinelor din electrotehnică. Însă condiția de izotermicitate a procesului considerat presupune un timp mare de efectuare a acestuia care, la limită, tinde către infinit.

Identificând temperatura din ecuația de stare a gazului perfect, exprimată în unități masice, cu cea conform relației (8.4), rezultă:

$$T = \frac{p \cdot V}{m \cdot R} = ct. \cdot \left(\frac{\Pi}{V}\right)^{\gamma-1};$$

adică:  $p \cdot V^\gamma = ct. \cdot \Pi^{\gamma-1} \quad (8.7)$

Prin particularizarea relației (8.7), în cazul unui proces de probabilitate termodinamică fenomenologică constantă ( $\Pi = ct.$ ) se obține ecuația clasică a adiabatei reversibile a lui POISSON ( $p \cdot V^\gamma = ct.$ ).

De asemenea, din relația (8.4), tot pe baza ecuației de stare a gazului perfect exprimată în unități masice, se mai constată că:

$$T = ct. \cdot \left(\frac{\Pi}{V}\right)^{\gamma-1} = ct. \cdot \left(\frac{\Pi}{m \cdot R \cdot T} p\right)^{\gamma-1} = ct. \cdot \left(\frac{p \cdot \Pi}{T}\right)^{\gamma-1};$$

adică:  $T = ct. \cdot (p \cdot \Pi)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (8.8)$

Și din relația (8.8), în cazul particular al izobarei ( $p = ct.$ ), rezultă:

$$T = ct. \cdot \Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (8.9)$$

Se observa că relațiile (8.5.2) și (8.9) confirmă faptul că atât cazul izocorei cât și cel al izobarei reprezintă cazuri particulare ale politropei probabilistice, relația (6.6).



Astfel, pe baza ecuației politropei probabilistice reversibile a gazului perfect și a corelațiilor rezultă o concluzie deosebit de importantă din punct de vedere tehnic, și anume că un sistem termodinamic poate schimba lucru mecanic cu exteriorul în două moduri fundamentale limită:

– la temperatură constantă, prin modificarea probabilității termodinamice fenomenologice a sistemului, cu timpi infinit mari de desfășurare a procesului necesari pentru a asigura un contact perfect cu sursele de căldură;

– la entropie constantă, prin modificarea energiei cinetice medii moleculare în condiții de probabilitate termodinamică fenomenologică constantă, cu timpi infinit mici de desfășurare a procesului necesari pentru a asigura adiabaticitatea lui.

Între cele două procese termodinamice fundamentale limită, care fac parte din structura ciclului CARNOT, există o infinitate de procese în care schimbul de lucru mecanic are loc în condiții de suprapunere al celor două modalități, ponderea uneia sau a alteia dintre ele fiind funcție de timpul alocat desfășurării procesului considerat. Obiectul acestor analize se încadrează în așa numită *Termodinamică în Timp Finit*, în care interacțiunea diferitelor tipuri de sisteme cu exteriorul are la bază disipația determinată de existența unor gradienti de potențial (temperatură, presiune, potențial chimic, viteză, etc.), care imprimă un caracter tipic ireversibil acestei interacțiuni și care, conform relației (5.6), conduce la creșterea probabilității termodinamice fenomenologice a sistemului.

9. CORELAȚIA PROBABILITATE – INFORMAȚIE

După cum afirma profesorul Richard FEYNMAN: „..... știința termodinamicii a început cu analiza făcută de marele inginer francez Sadi CARNOT (1796 – 1832), în lucrarea sa genială „Reflecții asupra puterii motrice a focului și asupra mașinilor capabile să dezvolte această putere” (Paris, 1824), referitor la întrebarea: cum să construim cea mai bună și cea mai eficientă mașină? Acesta constituie unul din puținele cazuri renumite în care ingineria a contribuit fundamental la dezvoltarea teoriei fizicii. Un alt exemplu ce ne vine în minte este recenta analiză a teoriei informației a lui Claude SHANNON. Aceste două analize, incidental, se întâmplă să fie strâns înrudite” [17].

Pentru a evidenția câteva aspecte inedite referitoare la teoria informației și corelația ei cu probabilitatea termodinamică fenomenologică, se exprimă creșterea entropiei cauzate de ireversibilitatea amestecării adiabatică a două gaze perfecte aflate la aceeași presiune și temperatură [18]:

$$\Delta S_{ir_{am}} = n_M \cdot R_M \left( r_1 \ln \frac{1}{r_1} + r_2 \ln \frac{1}{r_2} \right) = -n_M \cdot R_M \sum_{i=1}^2 r_i \ln r_i \tag{9.1}$$

unde  $n_M$  reprezintă numărul total de kilomoli, iar  $r_1, r_2$  – participațiile volumice ale celor două gaze.

Întrucât  $r_1 + r_2 = 1$ , rezultă că această creștere de entropie, exprimată adimensional, se calculează cu:

$$\Delta \bar{S}_{ir_{am}} = \frac{\Delta S_{ir_{am}}}{n_M \cdot R_M} = r_1 \ln \frac{1}{r_1} + (1 - r_1) \ln \frac{1}{1 - r_1} \tag{9.2}$$

Din relația (9.2) se observă că  $\Delta \bar{S}_{ir_{am}}$  se anulează atât pentru  $r_1 = 0$  ( $r_2 = 1$ ) cât și pentru  $r_1 = 1$  ( $r_2 = 0$ ). În aceste condiții, se demonstrează că  $\Delta \bar{S}_{ir_{am}}$  admite un maxim, care corespunde anulării derivatei:

$$\frac{d(\Delta \bar{S}_{ir_{am}})}{d r_1} = 0 \tag{9.3}$$

Astfel, rezultă că maximum funcției  $\Delta \bar{S}_{ir_{am}}$  are coordonatele (Fig. 2):

$$r_1^{opt} = r_2^{opt} = 0,5; \quad \Delta \bar{S}_{ir_{am}}^{max} = \ln 2; \quad \rightarrow \quad \Delta S_{ir_{am}}^{max} = n_M \cdot R_M \ln 2 \tag{9.3}$$

Întrucât  $r \in (0, 1)$  ca și probabilitatea matematică  $p \in (0, 1)$ , în 1948 SHANNON a definit *entropia informațională* ( $H$ , notație ce corespunde cu cea utilizată de BOLTZMANN pentru demonstrarea *Teoremei H*), similar relației (9.1), sub forma:

$$H = -\sum p_i \log_2 p_i \quad [-] \tag{9.4}$$

care pentru un sistem compus din două subsisteme devine:

$$H = -p_1 \log_2 p_1 - p_2 \log_2 p_2 \tag{9.5}$$

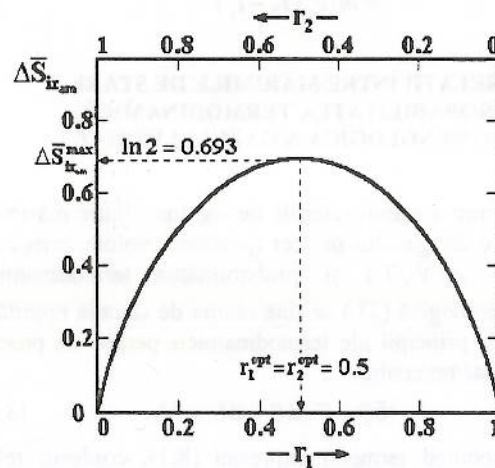


Fig. 2. Creșterea de entropie  $\Delta \bar{S}_{ir_{am}}$  la amestecarea adiabată a două gaze perfecte.

În consecință, pentru  $p_1 = p_2 = 0,5$  rezultă valoarea maximă a lui  $H$  :

$$H_{max} = -0,5 \log_2 0,5 - 0,5 \log_2 0,5 = 1 \text{ BIT} \tag{9.6}$$

care reprezintă unitatea de măsură a informației (*binary digit* – în engleză, sau *ia-nein einheit* – în germană) ceea ce semnifică *cifra binară* sau *unitatea binară*.



O interpretare originală a informației a fost propusă de profesorul HOFFMAN sub forma echivalentului termic al entropiei informației [19]:

$$\Delta S_{ir M}^{\max} = \frac{\Delta S_{ir m}^{\max}}{n_M} = R_M \ln 2; \quad H_{\max} = 1 \text{ BIT} \quad (9.7)$$

astfel încât:

$$\frac{\Delta S_{ir M}^{\max}}{H_{\max}} = \frac{R_M \ln 2}{1 \text{ BIT}} = R_M \ln 2 = 5762 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K} \cdot \text{BIT}} \quad (9.8)$$

Acest rezultat este confirmat și pe baza probabilității termodinamice fenomenologice propuse de autor [5]: astfel, conform relației (5.8), pentru  $j = 2$ , rezultă  $\Pi_{\max} = 2$  și deci

$$S_M^{\max} = R_M \ln 2 = 5762 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K} \cdot \text{BIT}).$$

### CONCLUZII

Problematica expusă în această lucrare poate prezenta interes în contextul tendințelor de globalizare a științei, atunci când s-ar pune problema elaborării unei *Termodinamici probabilistice – informaționale*, în care analiza proceselor funcționale ale sistemelor termice ar avea la bază conceptele de probabilitate și informație.

Într-o asemenea analiză ar urma să se pună accent și pe *deformarea de tip entropic – probabilistic – informațional* sub acțiunea schimbului de căldură. Rezultă astfel că aportul de căldură, ca și ireversibilitatea, determină o *dezinformare* a sistemului, proces însoțit de creșterea probabilității sale termodinamice fenomenologice, în timp ce răcirea acestuia, însoțită de scăderea probabilității, conduce la *informarea* lui. În cazul particular al procesului izentropic, în condiții de rigiditate entropică – probabilistică – informațională, timpul procesului fiind infinit mic, sistemul nu are timp să schimbe nici căldură și nici informație.

Totodată se poate face aprecierea că orie sistem, fie el tehnic, economic sau biologic, este un transformator nu numai de energie dar și entropie, ceea ce este în consens cu afirmația profesorului american de origine română N. GEORGESCU – ROEGEN, precum că: „... prin transformarea produselor de joasă entropie în produse de înaltă entropie este asigurată existența și evoluția societății umane” [20].

De asemenea, ne exprimăm părerea că, într-un viitor foarte apropiat, pe baza noilor rezultate obținute în cercetarea teoretică și experimentală în domeniul interacțiunilor fizice, se vor confirma ultimele gânduri („Dernières pensées”) ale marelui matematician și filozof francez Henri POINCARÉ, expuse în anul 1907 [21], din care străbate ideea că în lumea fizică pot fi imaginate oricare tipuri de deformări nu numai cea de tip LORENTZ – FITZGERALD, care intervine în teoria relativității elaborate de EINSTEIN, sub forma deformării masei, timpului și spațiului. În acest sens ne permitem să adăugăm ideea legată de o deformare, cu caracter destul de subtil, și anume cea entropică – probabilistică – informațională a suprafeței de frontieră a unui sistem fizic sub acțiunea căldurii și ireversibilității, deformare care, în ultima instanță, poate fi optimizată.

### BIBLIOGRAFIE

- [1] FERMI E., *Thermodynamics*, New York Prentice-Hall, Inc., 1937.
- [2] MANIȚIU E., *Termodinamică*, Ed. Editura Politehnicii din București, București, 1948.
- [3] WEAVER W. and SHANNON C. E., *The Mathematical Theory of Communication*, Urbana, Illinois: University of Illinois Press, 1949.
- [4] IAGLOM A.M., IAGLOM I.M., *Veroiatnosti i informația*, Izd. Nauka, Moscova, 1973.
- [5] RADCENCO V., *Generalized Thermodynamics*, Ed. Tehnică, București, 1994.
- [6] RADCENCO V., *O teorie termodinamică a interacțiunilor fizice*, Ed. Academiei Române, București, 2001.
- [7] GHELPER I. M., *Istoria i metodologia termodinamiki i statisticeskoi fiziki*, Vișșia școla. Moscova, 1969.
- [8] KARAPETIANȚ M.H., *Termodinamică Chimică*, Ed. Tehnică, București, 1956.
- [9] IACOBOVICI Th., *Termodinamica tehnică*, Ed. Tehnică, București, 1957.
- [10] KIRILIN V.A., SÎCEV V.V., ȘEINDLIN A.E., *Tehneskaia termoclinamika*, Izd. Nauka, Moscova, 1979.
- [11] GABOS Z., *Termodinamica fenomenologică*, Ed. Academiei Române, București, 1959.
- [12] GABOS Z., GHERMAN O., *Termodinamica și fizica statistică*, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1967.
- [13] VUKALOVICI M. P., NOVIKOV I. I., *Termodinamika*, Mașinostroenie, Moscova, 1972.
- [14] MAÎTRE H., *Ηypοπη, Information (et Image)*, Partie II. Technical report, Rapport Télécom Paris 94D006, January 1994.
- [15] STAMATIU Al., Entropia maximă – soluții pentru evaluarea schimbării entropice, Conferința *Eficiență, confort, conservarea energiei și protecția mediului*, Universitatea Tehnică de Construcții București, București, nov. 2001.
- [16] POPESCU I. I., *Fizica – Termodinamica*, Ed. Politehnica Press, București, 2002.
- [17] FEYNMAN R., *Fizica modernă*, Ed. Tehnică, București, 1969.
- [18] M.L. FEIDT, *Thermodynamique et Optimisation Energetique des Systemes et Procedes*, Edition Tec. & Doc. (Lavoisier), Paris, 1987.
- [19] HOFFMANN V. I., HOFFMANN V. V., Echivalentul termic al informației, *Revista Termotehnica*, Nr. 2, București, 1993.
- [20] GEORGESCU – ROEGEN N., *Legea entropiei și procesul economic*, Ed. Politică, București, 1979.
- [21] \*\*\* *Les génies de la science: Poincaré - Philosophe et mathématicien*, Pour la Science, Édition Française de Scientific American, Université H. Poincaré – Nancy 1. France, 2000.