

CONDENSAREA VAPORILOR DIN AMESTECURILE BINARE PE O SUPRAFAȚĂ PLANĂ

*Leonid IVANOV *, Victor MUDREAC *, Tudor SAJIN**, Vladimir GORDEEV **

* UNIVERSITATEA TEHNICĂ R. MOLDOVA, Chișinău, ** UNIVERSITATEA din Bacău

Abstract. A new models of condensation of the binary vapour-gas mixture in planar channel in dependence of the gas concentration are presented. The obtained solutions permits to determine the condensed liquid profile on the wall surface without taking into account of it movement along the wall.

Notări

D – coeficientul de difuzie, [m²/s];
 $2H$ – dimensiunea rostului fantei, [m];
 p ; p_v ; p_{vx} – presiunea totală; presiunea vaporilor; presiunea curentă a vaporilor, [Pa];
 R_v – constanta caracteristică a vaporilor, [J/(kg K)];
 v – viteza de curgere a amestecului, [m/s];
 \Pr, \St – criteriile lui Prandtl și Stephan
 $\hat{h}_s = \frac{h_s}{H}; \Delta\hat{h} = \frac{\Delta h}{H}; \hat{T}_{ar} = \frac{T_{ar}}{T_H};$

1. INTRODUCERE

Condensarea vaporilor din amestecul policomponent în neechilibru este procesul principal al tehnologiilor de separare a compozițiilor, spre exemplu, la rectificarea sistemelor bifazice.

Modelul matematic al procesului de condensare, prezentat pentru acest caz în lucrarea [1], a fost formulat în forma cea mai generală. Problema abordată se simplifică considerabil la transformarea modelului inițial în scheme de calcul cu diferențe finite.

2. MODELUL MATEMATIC INITIALL

Vom considera două cazuri limită. În primul din ele vom admite că temperatura suprafeței peretelui plan este egală cu temperatura punctului de rouă, adică că s-a stabilit un echilibru dinamic. În aceste condiții studiul curgerii fazelor prezintă o problemă pur hidrodinamică. Relația lui Stephan se scrie sub forma:

$$w = \frac{A \cdot y + B}{v} \quad (1)$$

cu condiția pentru intensitatea vârtejului

$$\psi(x, y) - \psi_p = -\frac{p}{v} \left(\frac{A \cdot y^3}{6} + \frac{B \cdot y^2}{2} \right), \quad (2)$$

în care

$$A = v \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_p + \left(w \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_p; \quad B = v \cdot w_p. \quad (3)$$

În al doilea caz vom admite, că viteza de difuzie este mică (cazul lichidelor cu viscozitate ridicată), problema curgerii având de asemenea un caracter pur hidrodinamic.

$$\hat{x} = \frac{xD}{v_{ss} H^2} \cdot \frac{p - p_{vx}}{p - p_{vH}}; \quad \hat{y} = \frac{y}{H}; \quad \phi = \ln \frac{p - p_v}{p - p_{vx}}; \quad \hat{\tau} = \frac{\tau D p}{R_v T H^2 \rho_v};$$

λ – coeficientul de conducție termică, [W/(m K)];

ρ_v – densitatea vaporilor, [kg/m³];

Indici

v – vapor; g – gaz; ar – agent de răcire;

fc – film de condensat; p – perete.

Vom scrie sistemul de ecuații pentru modelul prezentat în lucrarea [1] sub forma adimensională:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\hat{w} \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{y}} \right) - \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \left(\hat{w} \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} \right) = \frac{1}{Re} \nabla^2 \hat{w}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{y}^2} = -\hat{w}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(m \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{y}} \right) - \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \left(m \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} \right) = \frac{1}{Sc Re} \nabla^2 m; \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\theta \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{y}} \right) - \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \left(\theta \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} \right) = \frac{1}{Pr Re} \nabla^2 \theta. \quad (7)$$

Condiția la limită sunt următoarele:

– la intrarea în canal

$$\hat{w} = 0; \quad \hat{\psi} = \hat{y}; \quad m = m_0; \quad \theta = 1; \quad (8)$$

– la suprafața migratoare de separație a fazelor în condițiile modificării geometriei zonei de curgere

$$\hat{w} = -\frac{\hat{A} \int_0^{\hat{y}} \left[\frac{1 - m(\hat{y})}{1 - m_p} \right]^{\frac{1}{Sc}} d\hat{y} + \hat{B}}{\left[\frac{1 - m(\hat{y})}{1 - m_p} \right]^{\frac{1}{Sc}}}; \quad (9)$$

– la ieșirea din canal

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial m}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial \theta}{\partial \hat{x}} = 0; \quad (10)$$

– în planul de simetrie a canalului

$$\hat{w} = 0; \quad \hat{\psi} = 0; \quad \frac{\partial m}{\partial \hat{y}} = \frac{\partial \theta}{\partial \hat{y}} = 0. \quad (11)$$

Condiția inițială,

$$\hat{h}(x, 0) = 0. \quad (12)$$

Vom admite că procesul de condensare este cvasistacionar, adică vom adopta că repartiția temperaturii în condensat și în peretele canalului este liniară. În acest caz ecuația bilanțului termic la suprafața de separație a fazelor se va scrie sub forma:

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{Pr}{Sc \cdot St} \cdot \frac{1}{1-m} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} = \frac{\theta_{ar} - \theta_{fc}}{\Delta h + \hat{h}}, \quad (13)$$

în care $\Delta h = \lambda_{fc} \left(\frac{1}{\alpha_{ar} \cdot H} + \frac{H_p}{\lambda_p \cdot H} \right)$ este grosimea fictivă a filmului de condensat.

Valorile funcțiilor necunoscute în secțiunea de ieșire a canalului se determină în procedura de soluționare a problemei abordate, de aceea pentru acest caz pot fi impuse condiții mai puțin stricte, adoptarea cărora, ca și creșterea lungimii canalului L , conduc la reducerea influenței acestora asupra soluției obținute pentru zona considerată.

Condiția la limită (9) se pune pentru suprafața migratoare de separație a fazelor, geometria căreia se modifică continuu; pentru filme subțiri de condensat se poate adopta condiția de la suprafața de condensare a peretelui.

3. DISCRETIZAREA MODELULUI MATEMATIC

Modelul de condensare a vaporilor din amestecul binar, prezentat mai sus nu are soluții analitice, urmând a fi soluționat prin una din metodele numerice, concret prin metoda diferențelor finite [2,3].

Vom descrie sistemul inițial de ecuații (4)-(7) sub o formă unificată, care permite ca acestea să fie prezentate printr-o ecuație generalizată de tip eliptic:

$$a \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\varphi} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\varphi} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \right) \right] - \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left(b_1 \frac{\partial c \bar{\varphi}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(b_2 \frac{\partial c \bar{\varphi}}{\partial y} \right) + d = 0, \quad (14)$$

în care valorile coeficienților $\bar{\varphi}$, a , b_1 , b_2 , c și d sunt date în tabelul 1.

Tabelul 1
Valorile coeficienților ecuației (14)

$\bar{\varphi}$	a	b_1	b_2	c	d
\hat{w}	1	Re^{-1}	Re^{-2}	1	0
$\hat{\psi}$	0	1	1	1	$-\hat{w}$
m	1	$Sc^{-1}Re^{-1}$	$Sc^{-1}Re^{-1}$	1	0
θ	1	$Pr^{-1}Re^{-1}$	$Pr^{-1}Re^{-1}$	1	0

În continuare, zona considerată, în care se studiază curgerea, se împarte în celule cu ajutorul unei rețele cu elemente finite, în nodurile căreia se determină valorile variabilelor necunoscute. Desinea liniilor trebuie să fie maximă în zonele cu gradienți maxiți ai variabilelor. Aproximarea ecuației (14) prin metoda diferențelor finite se realizează prin integrarea ei pe suprafețe finite în vecinătatea fiecărui nod interior al rețelei pentru anumite ipoteze privind repartitia variabilelor între noduri. Această metodă, spre deosebire de dezvoltarea

variabilelor în serie Taylor, asigură valabilitatea legilor de conservare, oricără de mici ar fi zonele câmpului în care acestea se aplică.

Integrarea ecuației (14) se efectuează pe suprafața dreptunghiului nw-ne-se-sw (fig.1), laturile căruia împart distanțele dintre nodurile vecine în câte două segmente egale.

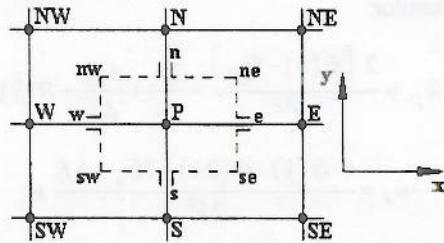


Fig.1. Schema de discretizare cu diferențe finite.

Vom adopta următoarele ipoteze:

a) mărimea $\bar{\varphi}$ este constantă în interiorul fiecărui dreptunghi nw-ne-se-sw și are valoarea corespunzătoare unui nod concret situat în interiorul dreptunghiului;

b) mărimea $\bar{\varphi}$ la frontieră dreptunghiului nw-ne-se-sw are valoarea pe care o are lichidul, ce curge în amonte față de această frontieră;

c) în vârful dat al dreptunghiului nw-ne-se-sw, mărimea $\bar{\psi}$ constituie media aritmetică a valorilor sale în patru noduri vecine;

d) mărimea sursei d are valoarea corespunzătoare nodului P și, în interiorul dreptunghiului nw-ne-se-sw, este constantă.

Relația, care leagă valoarea mărimi $\bar{\varphi}$ în nodul P cu valorile sale în nodurile vecine, se scrie sub forma

$$\bar{\varphi}_P = C_E \cdot \bar{\varphi}_E + C_W \cdot \bar{\varphi}_W + C_N \cdot \bar{\varphi}_N + \\ + C_S \cdot \bar{\varphi}_S + D, \quad (15)$$

în care

$$C_E = (A_E + B_E \cdot C_{\varphi,E}) / \sum AB;$$

$$C_W = (A_W + B_W \cdot C_{\varphi,W}) / \sum AB;$$

$$C_N = (A_N + B_N \cdot C_{\varphi,N}) / \sum AB;$$

$$C_S = (A_S + B_S \cdot C_{\varphi,S}) / \sum AB;$$

$$D = -d_{\varphi,P} \cdot V_p / \sum AB;$$

$$V_p = (x_E - x_W)(y_N - y_S) / 4;$$

$$A_E = a_{\varphi,P} [\hat{\psi}_{se} - \hat{\psi}_{ne} + (\hat{\psi}_{se} - \hat{\psi}_{ne})] / 2;$$

$$A_W = a_{\varphi,P} [\hat{\psi}_{nw} - \hat{\psi}_{sw} + (\hat{\psi}_{nw} - \hat{\psi}_{sw})] / 2;$$

$$A_N = a_{\varphi,P} [\hat{\psi}_{ne} - \hat{\psi}_{nw} + (\hat{\psi}_{ne} - \hat{\psi}_{nw})] / 2;$$

$$A_S = a_{\varphi,P} [\hat{\psi}_{sw} - \hat{\psi}_{se} + (\hat{\psi}_{sw} - \hat{\psi}_{se})] / 2;$$

$$B_E = (b_{\varphi,E} - b_{\varphi,P})(y_N - y_S) / 4(x_E - x_P);$$

$$B_W = (b_{\varphi,W} - b_{\varphi,P})(y_N - y_S) / 4(x_P - x_W);$$

$$B_N = (b_{\varphi,N} - b_{\varphi,P})(x_E - x_W) / 4(y_N - y_P);$$

$$B_S = (b_{\varphi,S} - b_{\varphi,P})(x_E - x_W) / 4(y_P - y_S);$$

$$\sum AB = A_E + A_W + A_N + A_S +$$

$$+ C_{\varphi,P} (B_E + B_W + B_N + B_S).$$

Relațiile (15) satisfac criteriile de convergență, asigurând astfel stabilitatea calculului numeric.

Sistemul de ecuații cu diferențe finite (15) pentru nodurile interioare ale rețelei trebuie completat cu relații ce țin cont de condițiile la frontieră, însă aceasta este o problemă aparte. Spre exemplu, autorii lucrărilor [4,5] au obținut soluții cu grad diferit de precizie în baza aproximăriilor:

$$-\hat{w}_P = \frac{2 \cdot [\hat{\Psi}(\hat{y}) - \hat{\Psi}_P]}{\hat{y}^2} - \frac{2f_1}{\hat{y}} + \frac{df_2}{d\hat{x}} + R(\hat{y}) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} -\hat{w}_p = & \frac{8 \cdot \hat{\Psi}(\hat{y}) - \hat{\Psi}(2\hat{y}) - 7\hat{\Psi}_p - 6f_1}{2\hat{y}^2} + \\ & + \frac{df_2}{d\hat{x}} + R(\hat{y}), \end{aligned} \quad (18)$$

în care $f_1(\hat{x}) = \partial\hat{\Psi}/\partial\hat{y}$ și $f_2(\hat{x}) = \partial\hat{\Psi}/\partial\hat{x}$ sunt funcții cunoscute, care pot fi determinate, în particular, din legea lui Newton-Rihman.

Analogul condiției la frontieră pentru intensitatea vârtejului \hat{w} la scăldarea unei suprafete plane poate fi scris în cadrul schemei cu diferențe finite sub forma:

$$\hat{w}_p = -\frac{1}{E} \left\{ \frac{3[\hat{\Psi}(\hat{y}) - \hat{\Psi}_P]}{\hat{y}^2} + \frac{\hat{w}(\hat{y})}{2} \left(\frac{7+\alpha}{8} \right) \right\} \quad (19)$$

în care $\alpha = \{[1-m(\hat{y})]/(1-m_p)\}^{-\frac{1}{\lambda_{sc}}}$;

$$E = [11 + 5\alpha - (7 + \alpha)\ln\alpha]/16.$$

În lipsa schimbului de masă la suprafața peretelui, condiția (19) se reduce la relația (18) obținută în lucrarea [5].

4. CALCULUL NUMERIC ȘI ANALIZA REZULTATELOR OBTINUTE

Sistemul de ecuații algebrice neliniare (15), (16) și (19) permite determinarea valorilor variabilelor pentru funcțiile liniilor de curent, intensității vârtejului, concentrației și temperaturii în nodurile rețelei cu diferențe finite. Sistemul a fost soluționat prin metoda deplasărilor succesive a lui Gauss-Seidel [5]. Această metodă asigură o convergență mai rapidă și necesită un volum mai mic de memorie operativă. La efectuarea iterărilor rețea este scanată sistematic și succesiv nod după nod, formula (15) folosindu-se pentru obținerea valorilor finale ale variabilelor în fiecare nod.

În urma analizei soluțiilor numerice obținute au fost evidențiate trei mecanisme de condensare în fanta plană.

Primul mecanism este condiționat de influența filmului de condensat asupra procesului de schimb de căldură dintre amestecul ce se separă și agentul de

răcire. Rezistența termică pe partea agentului de răcire, inclusiv a peretelui, este mică și soluția poate fi obținută fără dificultate sub formă analitică atât pentru cazul fluxului staționar, cât și pentru cazul fluxului nestaționar de amestec care se separă.

Al doilea mecanism corespunde modelului care, în afară de rezistența termică a condensatului, ține seama și de rezistența termică la difuzia fluxului de amestec. În cazul dat problema poate fi soluționată numai prin metode numerice.

Mecanismul al treilea este cel mai complet, alături de condițiile specifice la frontieră, ținând seama și de ecuațiile de conservare a impulsului, energiei și masei. Își în acest caz soluția poate fi obținută numai prin metode numerice, însă timpul folosit de calculator este cu un ordin mai mare decât în al doilea caz.

Comparând repartițiile condensatului obținute prin calcule cu aplicarea modelului „difuziv” și a celui complet, se poate constata că ambele modele dă rezultate satisfăcătoare în intervalul respectiv de variație a concentrației componentului necondensabil al amestecului. Pentru concentrații nu prea mari (până la 10%) procesul poate fi descris cu precizie satisfăcătoare cu ajutorul modelului „difuziv”. În cazul unor concentrații mai mari mai preferabilă este utilizarea modelului complet.

CONCLUZII

În lucrare au fost propuse modele ale procesului de condensare a amestecului binar de vapozi și gaze necondensabil pentru diverse concentrații ale gazului. Soluțiile obținute permit determinarea profilului condensatului pe suprafața peretelui plan fără să se țină seama de mișcarea acestuia în lungul peretelui.

BIBLIOGRAFIE

- [1] IVANOV L.D., MUDREAC V.I., SAJIN T.M., GORDEEV V.I., *Schimbul de căldură și masă în amestecul binar în neechilibru sub acțiunea câmpului electric*, Lucrările Conferinței Naționale de Termotehnică cu participare internațională, Ediția a XI-a, Galați, 17–19 mai 2001, Vol. 2, p. 169–174, 2001.
- [2] NIKITIN E.E., ZVEAGHIN I.V., *Zamorajivanie i vâsušivanie biologicheschi preparatov*, Kolos, Moscova, 343 p., 1971.
- [3] ELENEVA G.E., CIJOV G.B., *Opredelenie energii sveazi vodî pri zamorajivanii rastvorov cristala*, Holodilinaia Tehnika, nr. 5, p. 32–36, 1973.
- [4] VOLÂNET A.Z., POSTNIKOV V.M., *Cislennoe issledovanie dvuhmernogo tecenia binarnoi smesi s fazovîm perehodom par-liod na stenche canala*, Injenerno-Fiziceshii Jurnal, T. 35, nr. 2, p. 297–302, 1978.
- [5] GOSMANN A.D., PAK V.M., RUNGHEL A.K., *Cislenne metodi issledovania tecenii veazcoi jidcosti*, Mir, Moscova, 324 p., 1972.