

MODEL MATEMATIC PENTRU TRANSFERUL DE CĂLDURĂ CONJUGAT RADIAȚIE – CONVECȚIE

Bogdan M. DIACONU

UNIVERSITATEA „CONSTANTIN BRÂNCUȘI”, TÂRGU-JIU

Abstract. The radiative heat transfer occurs in many engineering applications, such as power generation and high – temperature industrial processes. The advent of space age over the past thirty years brought the necessity to design tools to predict heat transfer in applications like rocket nozzles, reentry vehicles and space vehicles in vacuum. In an important number of cases the radiative heat transfer analysis needs to be performed for a radiatively non-participating medium and interaction with other heat transfer modes must be taken into account. Whatever the other heat transfer mode, the system requires non-isothermal boundary conditions, leading finally to complex integro-differential equations which can be solved almost exclusively by mean of numerical methods. The paper considers such an example of coupling radiation with convection for non-isothermal boundary conditions – that is fluid flow with heat transfer. Heat transfer between hot flue gas and cold water separated by a closed radiative enclosure which houses a radiatively non-participating medium is analysed. A mathematical model for the coupled radiative –/ convective heat transfer is developed and a numerical algorithm for solving of heat transfer equations is proposed.

INTRODUCERE

Metodele convenționale de studiu transferului de căldură prin radiație între suprafețe separate de medii transparente din punct de vedere al radiației termice (pe intervalul din spectrul de lungimi de undă corespunzător acesteia) presupun suprafețe izoterme și nu țin seama în ce condiții fluxurile termice schimbate de suprafețele radiante sunt primite (sau cedate) prin alte moduri de transfer de căldură (de exemplu, metoda radiației nete [1]). Interacțiunea radiației cu celelalte moduri de transfer de căldură reprezintă un domeniu de studiu extins, de la cazuri simple de conducție în regim permanent cuplată cu radiație între suprafețe izoterme prin medii neparticipative [1], până la interacțiunea radiației cu turbulența [1].

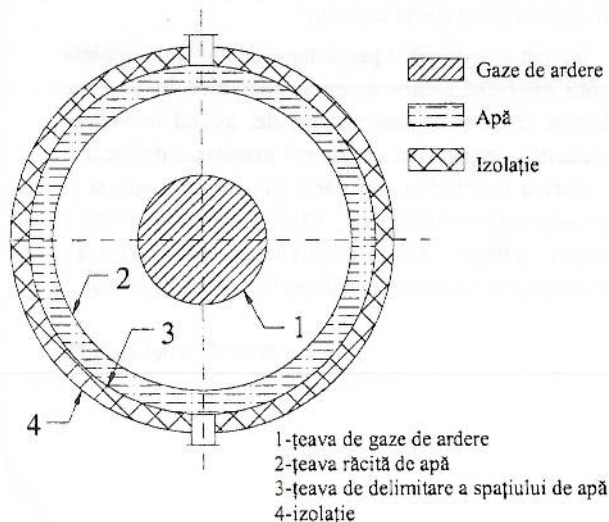


Fig. 1. Schema sistemului de transfer de căldură (secțiune transversală).

O situație frecvent întâlnită este transferul de căldură la curgerea neizotermă a fluidelor în interiorul conductelor circulare cuplată cu transferul de căldură prin radiație la suprafața conductelor. În figura 1 este reprezentat (în secțiune transversală) sistemul de transfer de căldură între gaze de ardere cu temperatură ridicată și apă, care va fi analizat în continuare.

Sistemul constă în trei țevi coaxiale de oțel (fig. 1), prin țeava interioară 1 circulând gaze de ardere iar prin spațiul dintre țevile 2 și 3 apă. Transferul de căldură în spațiul dintre țevile 1 și 2 se face exclusiv prin radiație (neglijând convecția liberă), aceste țevi alcătuind o incintă radiantă care se închide la capete cu două flanșe.

MODELUL MATEMATIC

Ecuțiile modelului matematic

Pentru facilitarea analizei se vor face următoarele ipoteze simplificatoare, fără a se reduce într-o măsură importantă generalitatea problemei și semnificația rezultatelor:

- se neglijează căderea de temperatură în peretele țevii;
- suprafețele între care intervine transfer de căldură prin radiație se consideră negre ($\epsilon=1$);
- conducția axială (difuzia termică moleculară) în cazul curgerii celor doi agenți se neglijează (conform [3]);
- se neglijează convecția liberă în spațiul dintre țevile de gaze și de apă;
- se neglijează conducția axială în peretele țevilor.

Cu aceste ipoteze, ecuațiile transferului de căldură sunt următoarele:

• Pentru agentul termic primar (gaze de ardere, indicele $f1$):

$$\rho_1 u_1 A_1 c_{p1} T_{f1} = \rho_1 u_1 A_1 c_{p1} T_{f1} + \frac{d}{dz} (\rho_1 u_1 A_1 c_{p1} T_{f1}) \cdot dz + q_1 \cdot dS_1 \quad (1)$$

- Pentru perețele țevii de gaze de ardere:

$$\alpha_1 (T_{f1} - T_1) \cdot dS_1 = q_1 \cdot dS_1 \quad (2)$$

- Pentru agentul termic secundar (apă, indice $f2$):

$$\rho_2 u_2 A_2 c_{p2} T_{f2} = \rho_2 u_2 A_2 c_{p2} T_{f2} + \frac{d}{dz} (\rho_2 u_2 A_2 c_{p2} T_{f2}) \cdot dz + q_2 \cdot dS_2 \quad (3)$$

- Pentru perețele țevii răcite de apă:

$$\alpha_2 (T_2 - T_{f2}) \cdot dS_2 = q_2 \cdot dS_2 \quad (4)$$

În relațiile (1) și (3) q_1 și q_2 reprezintă fluxurile termice unitare radiative pe suprafața 1 respectiv 2 (fig. 1).

Pentru suprafețe negre care emit difuz fluxul termic radiativ unitar într-un punct caracterizat de vectorul de poziție \vec{r} are expresia [1]:

$$q(\vec{r}) = \sigma_0 T^4(\vec{r}) - H(\vec{r}) \quad (5)$$

Iradiația unei arii elementare dA într-o incintă radiantă închisă formată din n suprafețe este dată de relația:

$$H(\vec{r}) = \int \sigma_0 T^4(\vec{r}') dF_{dA-dA'} \quad (6)$$

în care $dF_{dA-dA'}$ reprezintă coeficientul (diferențial) unghiular de radiație între ariile elementare dA și respectiv dA'

Pentru determinarea iradiației unei arii elementare dA este necesară cunoașterea coeficienților unghiulari de radiație între aria elementară și ariile elementare dA' care alcătuiesc incinta radiantă, precum și a temperaturilor în toate punctele incintei radiante.

Fluxul termic radiativ unitar pe aria elementară dA având coordonata vectorială \vec{r} devine:

$$q(\vec{r}) = \sigma_0 T^4(\vec{r}) - H(\vec{r}) = \sigma_0 T^4(\vec{r}) - \int \sigma_0 T^4(\vec{r}') dF_{dA-dA'} \quad (7)$$

Indicele k desemnează suprafețele invizibile din punctul de coordonată \vec{r} (putând include însăși suprafața pe care se află aria elementară dA , dacă această suprafață este convexă).

Discretizarea domeniului de analiză

Din considerente legate de simetria sistemului de transfer de căldură considerat și de ipotezele inițiale, temperaturile atât ale agenților termici cât și ale suprafețelor 1 și 2 (fig. 1) variază numai axial iar

temperaturile flanșelor de capăt variază numai radial. În aceste condiții domeniul de analiză se discretizează axial într-o rețea de n noduri (cu pasul Δz) și radial pe suprafețele flanșelor de capăt (cu pasul Δr) într-o rețea de m noduri. Elementele izoterme rezultate sunt de formă cilindrică pentru țeava de gaze de ardere și pentru țeava răcită de apă, având aceeași axă cu axa principală a sistemului, respectiv elemente de disc, situate în planele flanșelor de capăt (în plane perpendiculare pe axa principală a sistemului).

Deși elementele de suprafață astfel definite sunt izoterme, nu există vizibilitate reciprocă între anumite arii elementare de pe ele. În aceste condiții se definește noțiunea de *coeficient unghiular de radiație semiobstrucționată*, în același mod ca în cazul coeficienților unghiulari (medii sau diferențiali), ca fiind raportul dintre fluxul termic radiat de un element de suprafață și interceptat de alt element, și fluxul termic total radiat de primul element de suprafață. Pentru exemplificarea calculului expresiilor acestor coeficienți se consideră un element de suprafață de pe suprafața țevii de gaze de ardere $dS_i = 2\pi R_1 \cdot dz$ având coordonata axială z_i și un element de pe suprafața țevii răcite de apă $dS_j = 2\pi R_2 \cdot dz$ având coordonata axială z_j .

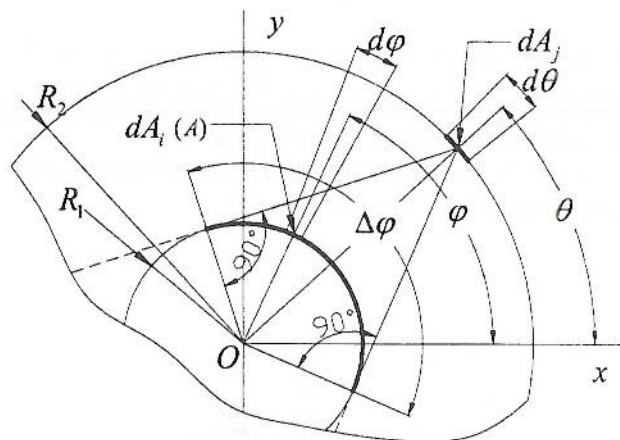


Fig. 2. Intervalul unghiular de vizibilitate între aria elementară dA_j de pe S_2 și un element de suprafață $2\pi R_1 \cdot dz$ de S_1

Elementul de suprafață $dA_j = R_2 d\theta \cdot dz$ situat la unghiul θ față de axa Ox pe suprafața S_2 este vizibil de pe suprafața S_1 numai din elementele de arie $dA_i = R_1 d\phi \cdot dz$ situate pe arcul de cerc $\Delta\phi$ evidențiat pe desen (fig. 2).

Fluxul termic total radiat de elementul de suprafață $dS_i = 2\pi R_1 dz$ este:

$$dQ_{dS_i \rightarrow} = \sigma_0 T_i^4 \cdot dS_i = 2\pi R_2 dz \cdot \sigma_0 T_i^4 \quad (8)$$

Coeficientul unghiular de radiație între aria elementară aparținând elementului de suprafață de pe S_j , vizibil din punctul B (fig. 2), element care va fi notat în continuare $dA_j^v = R_1 \Delta\phi \cdot dz$ și aria elementară

$dA_j = R_2 d\theta \cdot dz$ se determină cu relația (definiția coeficientului unghiular de radiație între o suprafață finită și o suprafață elementară, [1]):

$$dF_{dA_i^v \rightarrow dA_j}^{S_1-S_2} = \frac{1}{dA_i^v} \left[\int_{dA_i^v} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi s^2} dA_i \right] dA_j \quad (9)$$

Fluxul termic radiat de elementul dA_i^v și interceptat de aria elementară dA_j este dat de relația:

$$\begin{aligned} dQ_{dA_i^v \rightarrow dA_j} &= (\sigma_0 T_i^4 \cdot dA_i^v) \cdot dF_{dA_i^v \rightarrow dA_j}^{S_1-S_2} = \\ &= \sigma_0 T_i^4 \underbrace{(R_2 d\theta \cdot dz)}_{dA_j} \left[\int_{dA_i^v} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi s^2} dA_i \right] \quad (10) \end{aligned}$$

Fluxul termic radiativ interceptat de întreaga element de suprafață $dS_j = 2\pi R_2 \cdot dz$ este:

$$\begin{aligned} dQ_{\rightarrow dS_j} &= \sigma_0 T_i^4 \cdot 2\pi R_2 \cdot dz \left[\int_{dA_i^v} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi s^2} R_1 d\varphi \cdot dz \right] = \\ &= 2\pi R_2 \sigma_0 T_i^4 (dz)^2 R_1 \int_0^{\Delta\varphi} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi s^2} d\varphi \quad (11) \end{aligned}$$

Observație: Integrarea s-a efectuat pe intervalul unghiular $[0, \Delta\varphi]$ în loc de $[\theta - \Delta\varphi/2, \theta + \Delta\varphi/2]$, deoarece valoarea integralei nu depinde de θ .

Coefficientul unghiular de radiație obstructionată între elementele de suprafață dS_j și dS_j este:

$$\begin{aligned} dF_{dS_j \rightarrow dS_j}^{S_1-S_2} &= \frac{dQ_{\rightarrow dS_j}}{dQ_{dS_j \rightarrow}} = \\ &= \frac{2\pi R_2 R_1 (dz)^2 \sigma_0 T_i^4 \int_{\Delta\varphi} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi s^2} d\varphi}{\sigma_0 T_i^4 \cdot 2\pi R_1 dz} = \\ &= R_2 dz \int_{\Delta\varphi} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi s^2} d\varphi \quad (12) \end{aligned}$$

Din figura 2 rezultă valoarea lui $\Delta\varphi$, respectiv $\Delta\varphi = 2 \arccos(R_1/R_2)$.

Distanța s dintre centrele ariilor elementare dA_i și dA_j se determină cu relația (fig. 3):

$$s = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \quad (13)$$

Unghiurile θ_i și θ_j se determină cu relația: (fig. 3):

$$\cos \theta_i = \frac{\overline{AB} \cdot \vec{n}_i}{\|\overline{AB}\| \cdot \|\vec{n}_i\|} \quad (14)$$

în care \overline{AB} este vectorul având ca lungime distanța s dintre centrele ariilor elementare dA_i și dA_j și sensul din centrul ariei elementare dA_i în centrul ariei elementare dA_j . În coordonate carteziene, segmentul \overline{AB} poate fi exprimat astfel:

$$\overline{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

în care coordonatele carteziene se exprimă în funcție de cele cilindrice.

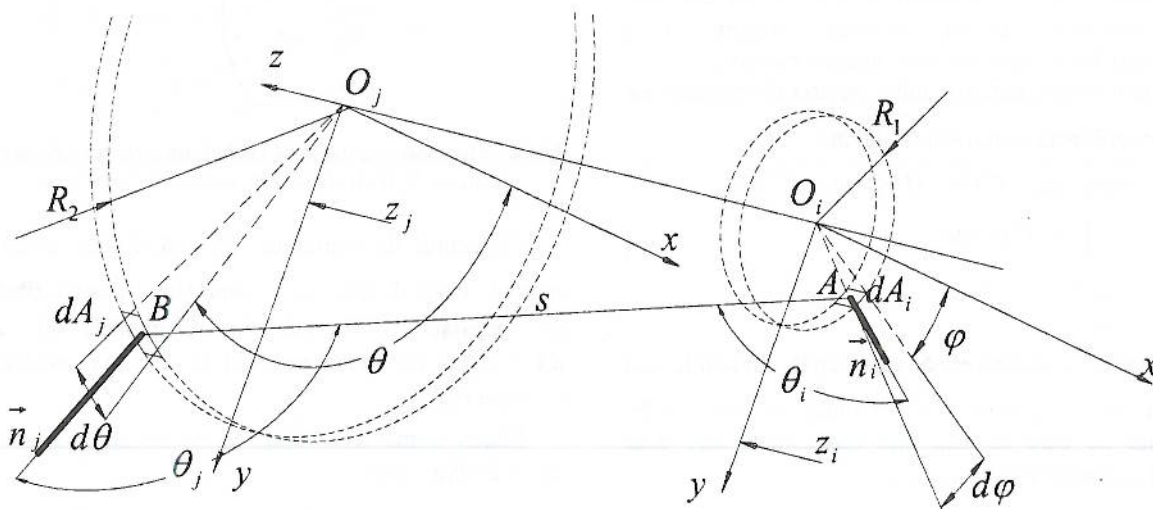


Fig. 3. Determinarea distanței s dintre două arii elementare dA_i și dA_j și a unghiurilor θ_i și θ_j dintre normalele la cele două arii elementare dA_i respectiv dA_j și direcția segmentului s .

Coefficienții unghiulari de radiație obstructionată între elemente aflate pe celelalte suprafețe se determină în mod similar, în continuare nefiind redată decât expresiile finale ale acestora (cu precizarea notației $dF_{dA_i \rightarrow dA_j}^{S_i-S_j}$ - coeficientul unghiular (diferențial) de radiație între aria elementară dA_i de pe suprafața S_i și între aria elementară dA_j de pe suprafața S_j):

- țeava de gaze de ardere – flanșe:

$$dF_{dA_i \rightarrow dA_j}^{S_1-S_3(S_4)} = r \cdot dr \cdot \int_{\Delta\varphi} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi s^2} d\varphi \quad (15)$$

- țeava răcită de apă – țeava de gaze de ardere:

$$dF_{dS_j \rightarrow dS_i}^{S_2-S_1} = R_d \cdot dz \int_{\Delta\theta} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi s^2} d\theta \quad (16)$$

- elemente diferite de pe țeava răcită de apă:

$$dF_{dS_i \rightarrow dS_j}^{S_2-S_2} = R_2 \cdot dz \int_{\Delta\varphi} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi s^2} d\varphi \quad (17)$$

- țeava răcită de apă – flanșe:

$$dF_{dS_j \rightarrow dS_i}^{S_2-S_3(S_4)} = r \cdot dz \int_{\Delta\varphi} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi s^2} d\varphi \quad (18)$$

- flanșe – țeava de gaze de ardere:

$$dF_{dS_j \rightarrow dS_i}^{S_3(S_4)-S_1} = R_1 \cdot dz \int_{\Delta\varphi} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi s^2} d\varphi \quad (18)$$

- flanșe – țeava răcită de apă:

$$dF_{dS_j \rightarrow dS_i}^{S_3(S_4)-S_2} = R_2 \cdot dz \int_{\Delta\theta} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi s^2} d\theta \quad (19)$$

- elemente de pe flanșe:

$$dF_{dS_j \rightarrow dS_i}^{S_3-S_4} = r_i \cdot dr \int_0^{\Delta\theta} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi s^2} d\theta \quad (20)$$

Reformularea ecuațiilor de bază

Ecuațiile care descriu transferul de căldură devin:

• Pentru agentul termic primar:

$$\begin{aligned} -\frac{\rho_1 u_1 A_1 c_{p1}}{P_1} \frac{dT_{f1}(z_i)}{dz} = \sigma_0 T_1^4(z_i) - \\ - \int_0^L \sigma_0 T_2^4(z_j) dF_{z_i-z_j}^{S_1-S_2} - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_3^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_1-S_3} \\ - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_4^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_1-S_4} \end{aligned} \quad (21)$$

• Pentru țeava de gaze de ardere:

$$\begin{aligned} \alpha_1 (T_{f1} - T_1) \cdot \sigma_0 T_1^4(z_i) - \int_0^L \sigma_0 T_2^4(z_j) dF_{z_i-z_j}^{S_1-S_2} - \\ - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_3^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_1-S_3} - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_4^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_1-S_4} \end{aligned} \quad (22)$$

• Pentru agentul termic secundar:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2 u_2 A_2 c_{p2}}{P_2} \frac{dT_{f2}(z_i)}{dz} = \sigma_0 T_2^4(z_i) - \\ - \int_0^L \sigma_0 T_1^4(z_j) dF_{z_i-z_j}^{S_2-S_1} - \int_0^L \sigma_0 T_2^4(z_j) dF_{z_i-z_j}^{S_2-S_2} - \\ - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_3^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_2-S_3} - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_4^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_2-S_4} \end{aligned} \quad (23)$$

În relațiile (21) și (23) P_1 și P_2 sunt perimetrele secțiunilor de curgere pentru gaze de ardere respectiv apă.

Pentru peretele țevii de apă:

$$\begin{aligned} \alpha_2 (T_2 - T_{f2}) = \sigma_0 T_s^4(z_i) - \int_0^L \sigma_0 T_1^4(z_j) dF_{z_i-z_j}^{S_2-S_1} - \\ - \int_0^L \sigma_0 T_2^4(z_j) dF_{z_i-z_j}^{S_2-S_2} - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_3^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_2-S_3} - \\ - \int_{R_d}^R \sigma_0 T_4^4(r_j) dF_{z_i-r_j}^{S_2-S_4} \end{aligned} \quad (24)$$

Algoritmul numeric

Temperaturile necunoscute $T_{f1}(z)$, $T_1(z)$, $T_2(z)$, $T_{f2}(z)$, $T_3(r)$ și $T_4(r)$ se determină prin următorul procedeu iterativ:

1. Se inițializează temperaturile suprafețelor: $T_1^{(0)}(z_i)$, $T_2^{(0)}(z_i)$, $T_3^{(0)}(r_j)$ și $T_4^{(0)}(r_j)$, cu valori arbitrare, $i = 1 \dots n$ și $j = 1 \dots m$
2. Cu distribuțiile de temperatură astfel inițializate, se determină iradiția suprafeței S_1 :

$$\begin{aligned} H_1(z_i) = \sum_{j=1}^n \sigma_0 T_2^4(z_j) \cdot dF_{\Delta S_i-\Delta S_j}^{S_1-S_2} + \sum_{j=1}^m \sigma_0 T_3^4(r_j) \cdot \\ \cdot dF_{\Delta S_i-\Delta S_j}^{S_1-S_3} + \\ + \sum_{j=1}^m \sigma_0 T_4^4(r_j) \cdot dF_{\Delta S_i-\Delta S_j}^{S_1-S_4}, \quad i = 1 \dots n \end{aligned}$$

3. Cu distribuția de temperatură $T_1^{(k)}(z_i)$ și cu iradiția suprafeței S_1 se determină distribuția fluxului termic unitar emis de suprafața S_1 :

$$q_1(z_i) = \sigma T_1^4(z_i) - H_1(z_i), \quad i = 1 \dots n$$

4. Distribuția de temperatură $T_1^{(k)}(z_i)$ se reține în $T_{1,0}^{(k)}(z_i)$ pentru verificarea ulterioară a convergenței schemei iterative și se calculează distribuțiile de temperatură ale suprafeței S_1 și ale apei corespunzătoare următorului ciclu iterativ, $k + 1$:

$$4.a) T_{f1}^{(k+1)}(z_{i+1}) = T_{f1}^{(k+1)}(z_i) - \frac{\Delta z \cdot P_1 \cdot q_1^{(k+1)}(z_i)}{\rho_1 u_1 A_1 c_{p1}},$$

$$i = 1 \dots n - 1$$

$$4.b) T_1^{(k+1)}(z_i) = T_{f1}^{(k+1)}(z_i) - \frac{q_1^{(k+1)}(z_i)}{\alpha_1}, \quad i = 1 \dots n$$

5. Se actualizează distribuția temperaturii suprafeței S_1 astfel:

$$T_1^{(k+1)}(z_i) = \omega T_1^{(k+1)}(z_i) + (1 - \omega) T_1^{(k)}(z_i), \quad i = 1 \dots n$$

în care ω se numește este un parametru de relaxare [1]. Schema iterativă se numește subrelaxată, dacă $\omega < 1$, și suprarelaxată, dacă $\omega > 1$. Datorită neliniarității accentuate a ecuațiilor valoarea parametrului de relaxare trebuie aleasă foarte mică ($\omega \leq 0,02$) pentru a se obține o precizie satisfăcătoare și pentru a se asigura convergența schemei numerice.

6. Cu noua distribuție $T_1^{(k+1)}(z_i)$ calculată la pasul 5 se calculează iradiația suprafețelor:

6.a) suprafața exterioară (S_2):

$$H_2(z_i) = \sum_{j=1}^n \sigma_0 T_1^4(z_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_2 - S_1} + \sum_{j=1}^n \sigma_0 T_2^4(z_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_2 - S_2} +$$

$$+ \sum_{j=1}^m \sigma_0 T_3^4(r_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_2 - S_3} + \sum_{j=1}^m \sigma_0 T_4^4(r_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_2 - S_4}$$

6.b) flanșa caldă (S_3):

$$H_3(r_i) = \sum_{j=1}^n \sigma_0 T_1^4(z_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_3 - S_1} +$$

$$+ \sum_{j=1}^n \sigma_0 T_2^4(z_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_3 - S_2} +$$

$$+ \sum_{j=1}^m \sigma_0 T_4^4(r_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_3 - S_4}$$

6.c) flanșa rece (S_4):

$$H_4(r_i) = \sum_{j=1}^n \sigma_0 T_1^4(z_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_4 - S_1} +$$

$$+ \sum_{j=1}^n \sigma_0 T_2^4(z_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_4 - S_2} +$$

$$+ \sum_{j=1}^m \sigma_0 T_4^4(r_j) \cdot dF_{\Delta S_i - \Delta S_j}^{S_4 - S_3}$$

7. Se determină distribuția fluxului termic unitar primit de suprafața S_2 :

$$q_2^{(k+1)}(z_i) = - \left[\sigma T_2^{(k+1)4}(z_i) - H_2^{(k+1)}(z_i) \right], \quad i = 1 \dots n$$

Convenția de semn pentru fluxul termic în transferul de căldură prin radiație este opusă celei din termodinamică, fluxul termic negativ reprezentând flux termic primit de suprafața considerată.

8. Se determină fluxurile termice unitare radiative pe cele două flanșe:

8.a) flanșa caldă (S_3):

$$q_3^{(k+1)}(r_j) = \sigma T_3^{(k+1)4}(r_j) - H_3(r_j), \quad j = 1 \dots m$$

8.b) flanșa rece (S_4):

$$q_4^{(k+1)}(r_j) = \sigma T_4^{(k+1)4}(r_j) - H_4(r_j), \quad j = 1 \dots m$$

9. Se determină distribuția temperaturii apei:

$$T_{f2}^{(k+1)}(z_i) = T_{f2}^{(k+1)}(z_i) + \frac{q_2^{(k+1)}(z_i) \cdot P_2 \cdot \Delta z}{\rho_2 u_2 A_2 c_{p2}}, \quad i = 1 \dots n$$

10. Se determină distribuția de temperatură a suprafeței S_2 :

$$T_2^{(k+1)}(z_i) = T_{f2}^{(k+1)}(z_i) + \frac{q_2^{(k+1)}(z_i)}{\alpha_2}, \quad \text{pentru } i = 1 \dots n$$

11. Se determină distribuția de temperatură în flanșele de capăt:

11.a) flanșa caldă (S_3), $T_3^{(k+1)}(r_j)$, $j = 1 \dots m$,

cu relația [2]:

$$T_3(r_i) = T_1(z_1) + \frac{1}{2\lambda h} \sum_{j=1}^i q_3(r_j) r_j \cdot \Delta r +$$

$$+ \frac{T_2(z_1) - T_1(z_1) - \frac{1}{2\lambda h} \sum_{j=1}^m q_3(r_j) r_j \cdot \Delta r}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \ln \frac{r_i}{R_1}$$

11.b) flanșa rece (S_4), $T_4^{(k+1)}(r_j)$, $j = 1 \dots m$ cu

relația [2]:

$$T_4(r_i) = T_1(z_n) + \frac{1}{2\lambda h} \sum_{j=1}^i q_4(r_j) r_j \cdot \Delta r +$$

$$+ \frac{T_2(z_n) - T_1(z_n) - \frac{1}{2\lambda h} \sum_{j=1}^m q_4(r_j) r_j \cdot \Delta r}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \ln \frac{r_i}{R_1}$$

în care h este grosimea flanșelor și λ conducitivitatea termică a metalului din care sunt confecționate.

12. Se verifică, pentru $i = 1 \dots n$, condițiile de convergență:

$$12.a. |T_{f1}^{(k+1)}(z_i) - T_{f1}^{(k)}(z_i)| \leq \varepsilon$$

$$12.b. |T_1^{(k+1)}(z_i) - T_1^{(k)}(z_i)| \leq \varepsilon$$

$$12.c. |T_2^{(k+1)}(z_i) - T_2^{(k)}(z_i)| \leq \varepsilon$$

$$12.d. |T_{f2}^{(k+1)}(z_i) - T_{f2}^{(k)}(z_i)| \leq \varepsilon$$

Dacă sunt îndeplinite condițiile 12.a, 12.b, 12.c, 12.d, distribuțiile finale de temperatură pentru gaze de

ardere, peretele țevii de gaze de ardere, peretele țevii de apă, apă și flanșele de capăt sunt $T_{f1}^{(k+1)}(z_i)$, $T_1^{(k+1)}(z_i)$, $T_2^{(k+1)}(z_i)$, $T_{f2}^{(k+1)}(z_i)$, $T_3^{(k+1)}(r_j)$ și $T_4^{(k+1)}(r_j)$. În caz contrar, cu distribuția de temperatură $T_1^{(k+1)}(z_i)$ determinată la pasul 5, se reia procedura de la pasul 2. Parametrul ε a fost ales 1.

REZULTATELE SIMULĂRILOR

Ca date de intrare, s-au considerat:

▪ Elementele geometrice ale sistemului de transfer de căldură:

- diametrul exterior al țevii de gaze de ardere $D_1 = 140$ mm
- diametrul interior al țevii răcite de apă $D_2 = 305$ mm
- diametrul interior al țevii care delimitează spațiul de apă $D_3 = 400$ mm
- lungimea dispozitivului $L = 2$ m

▪ Gaze de ardere:

- temperatură la intrare $t_{f1}(z=0) = 860^\circ\text{C}$
- compoziție: $\text{CO}_2 = 8,18\%$, $\text{H}_2\text{O} = 17,45\%$, $\text{N}_2 = 60,92\%$, $\text{Aer} = 13,43\%$
- viteză la ieșire (s-au studiat 3 valori): $u = 1,3$ m/s, $1,5$ m/s, $1,7$ m/s

▪ Apă:

- temperatură la intrare: $t_{f2} = 9,5^\circ\text{C}$
- debit: $G_2 = 0,7$ kg/s

Coefficientul de transfer de căldură la curgerea gazelor prin conducte se determină cu relația [4]:

$$\alpha_{ga} = \alpha_c + \alpha_r, \text{ unde}$$

$$\alpha_c = 0,0263 \cdot C_l \frac{\lambda}{d_i} \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4}$$

$$\alpha_r = 5,765 \cdot 10^{-8} \frac{a_p + 1}{2} a_g \left[\frac{1 - \left(\frac{T_p}{T_g}\right)^{3,6}}{1 - \frac{T_p}{T_g}} \right] \cdot T_g^3$$

în care coeficientul de absorbție al gazelor de ardere este dat de relația:

$$a_g = 1 - \exp(-k_g s)$$

cu k_g caracteristica de absorbție, determinată cu relația:

$$k_g = \frac{0,8 + 1,6 p_{\text{H}_2\text{O}}}{[(p_{\text{H}_2\text{O}} + p_{\text{CO}_2}) \cdot l]^{0,5}} \left(1 - 0,38 \frac{T_g}{1000} \right) (p_{\text{H}_2\text{O}} + p_{\text{RO}_2})$$

Coefficientul de convecție la curgerea apei prin spațiul inelar dintre cele două țevi se determină cu relația:

$$\text{Nu} = C \cdot \left(\text{Pe}_f \frac{D_{ech}}{L} \right)^m \left(\frac{\eta_p}{\eta_f} \right)^{-n} \cdot \varepsilon_l \cdot \varepsilon_f \cdot \varphi$$

Eroarea algoritmului numeric a fost exprimată cu ajutorul bilanțului termic pentru cei doi agenți (tabelul 1), exprimat sub forma:

$$Q_{ga} = Q_{apa}$$

în care:

$$Q_{ga} = \int_{t_{f1}(z=0)}^{t_{f1}(z=L)} G_{ga} c_{p,ga} dt$$

$$Q_{apa} = G_{apa} c_{p,apa} [t_{f2}(z=L) - t_{f2}(z=0)]$$

Eroarea este determinată cu relația:

$$\varepsilon = |Q_{ga} - Q_{apa}| / Q_{ga} \cdot 100 \quad [\%]$$

Tabelul 1. Bilanțul termic și eroarea relativă a acestuia

	1,3 m/s	1,5 m/s	1,7 m/s
Q_{ga} [W] $\times 10^4$	0,95356	1,03083	1,10288
Q_{apa} [W] $\times 10^4$	0,95578	1,03294	1,1049
ε [%]	0,235	0,205	0,184

Rezultatele simulărilor sunt redată în figurile 4-8. Este de remarcă variația temperaturii peretelui țevii de gaze de ardere în apropierea capetelor, explicată prin influența flanșelor de capăt, așa cum rezultă mai clar analizând iradiația suprafeței țevii de gaze de ardere la capetele dispozitivului (fig. 7).

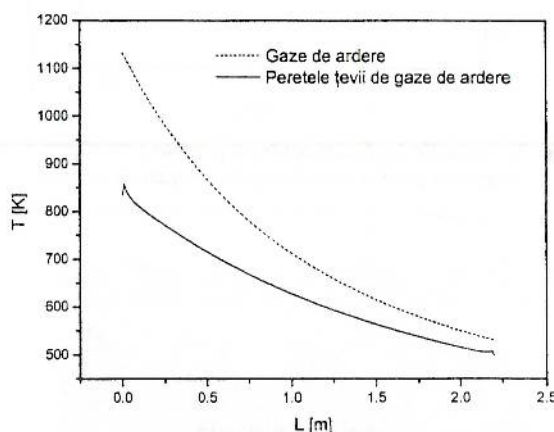


Fig. 4. Variațiile temperaturilor pentru gaze de ardere și peretele țevii de gaze de ardere.

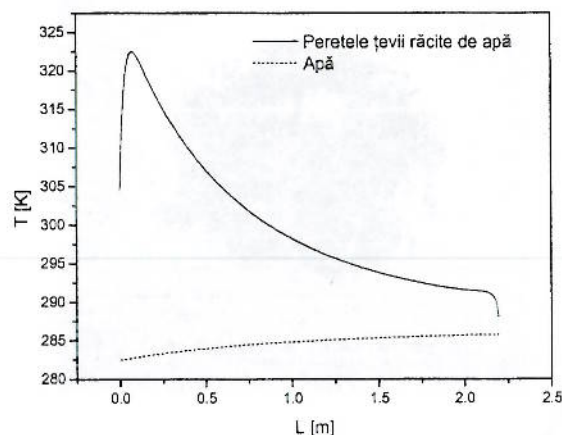


Fig. 5. Variațiile temperaturilor pentru peretele țevii răcite de apă și pentru apă.

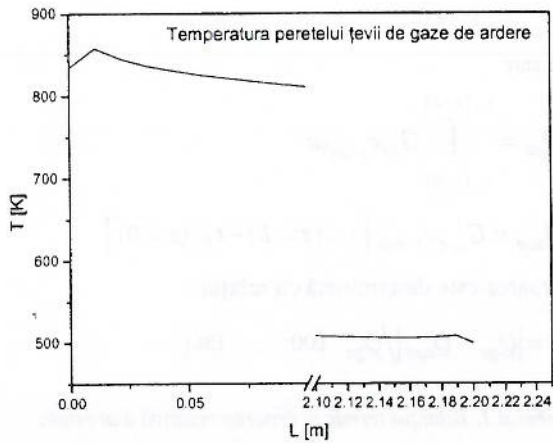


Fig. 6. Variația temperaturii peretelui la capetele dispozitivului.

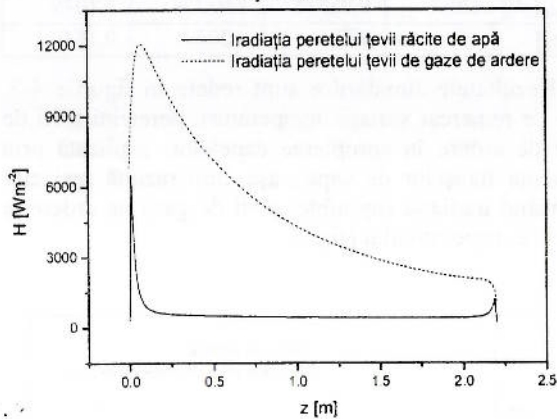


Fig. 7. Variațiile irradiației pentru suprafața țevii răcite de apă respectiv pentru suprafața țevii de gaze de ardere.

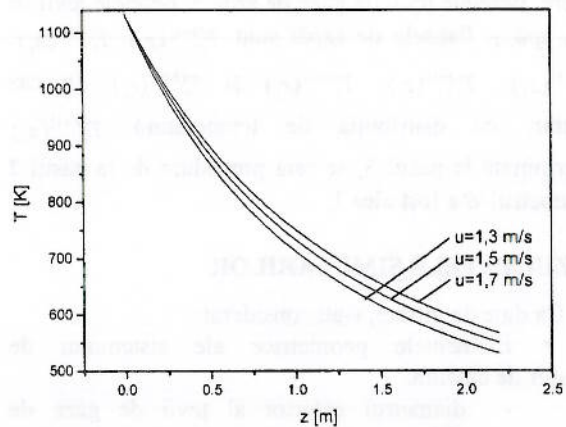


Fig. 8. Variațiile temperaturii gazelor de ardere pentru cele trei valori ale vitezei gazelor de ardere.

BIBLIOGRAFIE

- [1] MODEST, M.F., *Radiative Heat Transfer*, McGraw Hill Book Company, New York, 1993.
- [2] DIACONU, B.M., *Contribuții la intensificarea transferului de căldură prin contact și prin radiație*, Teză de doctorat, UTCB.
- [3] LECA, A., CERNA-MLADIN, E., STAN, M., *Transfer de căldură și masă. O abordare inginerescă*, Editura Tehnică, București, 1998.
- [4] CALUIANU, V., ANTONESCU, N., *Aparate termice. Schimbătoare, cazane, recuperatoare*, Institutul de Construcții, București, 1990.



Lucrarea prezintă numai problemele de bază referitoare la cinematica, dinamica și echilibrul mecanismelor motoare ale motoarelor cu ardere internă. Astfel, în Capitolul 1 sunt prezentate principalele aspecte funcționale și constructive ale motoarelor cu ardere internă. În Capitolul 2 este tratată analiza cinematică a mecanismelor motoare de tip normal, respectiv determinarea deplasării, vitezei și accelerației pentru fiecare element al acestora. Capitolul 3 vizează studiul dinamicii mecanismului motor, prin stabilirea relațiilor necesare pentru calculul forțelor și momentelor ce acționează asupra pieselor mecanismului, iar în Capitolul 4 este analizat modul în care forțele ce acționează în lagăre variază pe circumferința pieselor componente. În Capitolul 5 sunt studiate dezechilibrele produse de forțele de inerție, precum și soluțiile frecvent folosite pentru echilibrarea acestor. În final, Capitolul 6, este prezentat calculul momentului de inerție al volantului necesar pentru uniformizarea mișcării de rotație a arborelui cotit

Ori de câte ori s-a considerat necesar, au fost utilizate numeroase exemple pentru înțelegerea materialului prezentat, dar mai ales pentru a evidenția aplicațiile practice ale părții teoretice. Mai mult, s-au propus teme de proiect concrete, iar la finalul fiecărui capitol s-a arătat modalitatea de rezolvare a calculului dinamic cu ajutorul computerului.

Prof. Dan SCARPETE