

# MODELISATION DES TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE DANS LE GENERATEUR D'UNE MACHINE A ADSORPTION-COMPRESSION

Somchai SAEUNG, Rahal BOUSSEHAIN, Michel FEIDT

LEMETA, UMR 7563, CNRS - INPL - UHP, Nancy (France)

**Rezumat.** Lucrarea prezintă rezultatele unui studiu teoretic care modelează transferul de căldură și de masă în generatorul unei mașini frigorifice cu absorbție – comprimare. Modelul matematic utilizează metoda diferențelor finite (volume) pentru examinarea influenței variațiilor mici ale presiunii vaporilor de agent frigorific asupra fracției masice desorbite și deci, a recuperării acestuia. Rezultatele arată că fracția masică desorbită este invers proporțională cu presiunea vaporilor din generatorul mașinii.

## INTRODUCTION

Parmi les systèmes utilisant des échangeurs régénérateurs, les machines à adsorption comportent des générateurs poreux multifonctionnels opérant de façon transitoire et dont le rôle essentiel est de déplacer le fluide frigorigène dans le système. Le transport de masse se fait lors des deux phases du cycle : adsorption (stockage) et désorption (déstockage), le temps de la deuxième phase est beaucoup plus long que celui de la première [1, 2]. On rapporte ici une étude de modélisation des transferts de chaleur et de masse dans le milieu poreux du générateur représentée dans la figure 1.

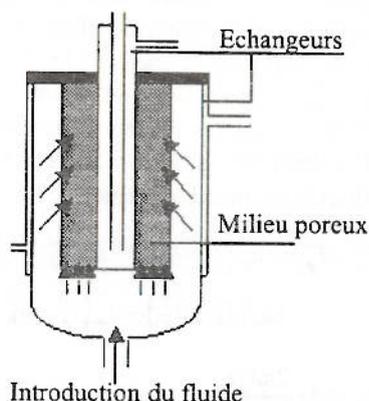


Fig. 1. Générateur.

Cette modélisation est conduite par une approche locale en volumes équivalents représentatifs du milieu avec source de chaleur générée par la sorption. La résolution numérique par volume fini du modèle est présentée en terme d'étude de sensibilité de la solution à la température de saturation du fluide présent dans le générateur. Les résultats numériques montrent que la fraction massique désorbée est inversement proportionnelle à la température saturante et donc à la pression globale dans le générateur, et l'on constate que

la récupération du fluide frigorigène est plus importante à plus faible température saturante influençant ainsi le temps de la phase de désorption. Le but étant de caractériser un dispositif de pompage vide du circuit de la machine pour en optimiser le temps du cycle [3].

## EQUATION DU MODELE

Le modèle de transfert de la chaleur en coordonnées cylindriques repose sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le système est à symétrie cylindrique, le transfert de chaleur est uniforme dans la direction angulaire  $\theta$  (modèle bidimensionnel);
- à très faible pression dans le générateur, l'échange par convection est négligé;
- les propriétés thermo-physiques dans le générateur  $\rho$ ,  $C$ ,  $\lambda$  etc. sont constantes;
- les extrémités du cylindre sont parfaitement isolées, les parois latérales sont le siège du flux de chaleur à température constante imposée par le fluide caloporteur;
- l'interface du transfert de masse est représentée par la frontière extérieure latérale et de base du milieu poreux.

## Transferts de chaleur et de masse

Le champs de température est régi par l'équation d'énergie,

$$\left(\rho_m c_m + \rho_a q c_r + \rho_p c_p\right) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S_o \quad (1)$$

Le terme source de chaleur de sorption est déterminé à partir de la chaleur isostérique  $Q_{st}$  et du transport de masse donné par la fraction massique  $q$  du frigorigène adsorbé dans le milieu, il est exprimé par la relation

$$S_o = \rho_m Q_{st} \frac{\partial q}{\partial t} \quad (2)$$

En prenant une la loi de transfert linéaire, le terme  $\frac{\partial q}{\partial t}$  est donné par,

$$\rho_m \frac{\partial q}{\partial t} = h_m (q_e - q) \quad (3)$$

La coefficient  $h_m$  de transfert de masse est estimé à  $0,03 \text{ kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$ , la fraction massique  $q_e$  sorbée à l'état d'équilibre est définie par l'équation de Freundlich :

$$q_e = K \left( \frac{P_s(T_v)}{P_s(T_N)} \right)^{1/n} \quad (4)$$

Les paramètres  $K$  et  $n$  ont pour valeurs respectives  $0,65$  et  $1,42$  en phase d'adsorption et  $0,62$  et  $1,61$  en phase de désorption, pour le couple charbon actif-méthanol étudié. La pression de saturation est donnée par l'équation d'Antoine :

$$\ln P(T) = A - \frac{B}{T+C} \quad (5)$$

Où :  $A = 23,8046$ ,  $B = 3803,98$ ,  $C = -41,68$ .

L'équation (4) devient :

$$q_e(T) = K \left( \exp \left( B \left( \frac{1}{T+C} - \frac{1}{T_v+C} \right) \right) \right)^{1/n} \quad (6)$$

La chaleur isostérique de sorption est exprimée par l'équation de GIBBS-HELMHOLTZ :

$$Q_{st} = RT + L_v + \Delta G_{diff} - T \Delta S_{diff} \quad (7)$$

Le potentiel d'adsorption est donné à partir des rapports de pression;

$$\Delta G_{diff} = RT \ln \left( \frac{P_s}{P_v} \right) \quad (8)$$

et l'entropie molaire différentielle d'adsorption est calculée par la relation.

$$\Delta S_{diff} = \alpha \left[ \frac{\partial \Delta G_{diff}}{\partial \ln q_e} \right]_T \quad (9)$$

En utilisant l'équation de Freundlich, les relations (8) et (9) deviennent :

$$\Delta G_{diff} = RT [n \ln K - \ln q_e] \quad (10)$$

$$\Delta S_{diff} = \alpha \left[ \frac{\partial}{\partial \ln q_e} [RT(n \ln K - n \ln q_e)] \right] \quad (11)$$

ou encore,

$$\Delta S_{diff} = -cnRT \quad (12)$$

L'équation (7) devient donc,

$$Q_{st} = RT \left( 1 + n \ln \frac{K}{q_e} + cnT \right) + L_v \quad (13)$$

où le coefficient  $\alpha$  de dilatation volumique du fluide a pour valeur  $1,199.10^{-3} \text{ K}^{-1}$  à  $20^\circ\text{C}$ .

### Conditions initiales et aux limites

A l'instant initial, le charbon actif est à la température ambiante, les parois du générateur y compris celles de l'échangeur axial sont à une température imposée. Les conditions aux limites sont :

A la paroi extérieure du milieu poreux, en  $r = r_N$ ,  $0 \leq z \leq L$  :

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) = h(T_{ext} - T(r_N)) \quad (14)$$

à la paroi intérieure du milieu poreux, en  $r = r_1$ ,  $0 \leq z \leq L$  :

$$T(x_i) = T_{he} - (T_{he} - T_{hs})x_i \quad (15)$$

aux extrémités du milieu,

en  $z = 0$  ou  $z = L$  et  $r_1 \leq r \leq r_N$  :

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (16)$$

### Méthode de résolution numérique

Les équations du modèle sont résolues par la méthode implicite aux volumes finis, le domaine d'intégration de l'équation d'énergie (1) est représenté par le volume de contrôle (VC) défini en un point du milieu de rayon  $r$  par les éléments de volume et de surface  $\Delta V = 2\pi r \Delta r \Delta z$  et  $\Delta A = 2\pi r \Delta r$  (figure 2). L'équation discrétisée prend la forme :

$$a_p^0 (T_p^1 - T_p^0) = a_n (T_N^1 - T_p^1) - a_s (T_s^1 - T_p^1) + a_e (T_E^1 - T_p^1) - a_w (T_p^1 - T_w^1) \quad (17)$$

$$\text{avec } a_n = \Delta z \frac{2\pi \lambda_n r_n}{(\partial r)_n}, \quad a_s = \Delta z \frac{2\pi \lambda_s r_s}{(\partial r)_s},$$

$$a_e = \Delta A \frac{\lambda_e}{(\partial z)_e}, \quad a_w = \Delta A \frac{\lambda_w}{(\partial z)_w}$$

$$\text{et } a_p^0 = \frac{\Delta V}{\Delta t} (\rho_m c_m + \rho_a q c_r + \rho_p c_p) \quad (18)$$

Les équations discrétisées des conditions initiales et aux limites sont établies en considérant les températures d'entrée et de sortie du fluide caloporteur dans l'échangeur axial, le flux de chaleur  $\phi_n$  échangé à la paroi extérieure du générateur, la condition d'adiabaticité des parois aux extrémités  $\phi_e = \phi_w = 0$ .

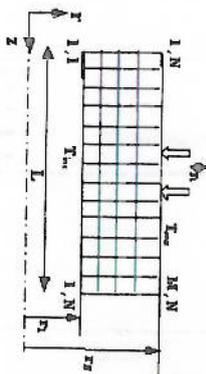


Fig. 2. Maillage du générateur.

Le terme source est traité par discrétisation de l'intégrale de  $S_o$  sur le volume de contrôle.

### RESULTATS NUMERIQUES

Le système des équations précédentes est résolu dans un domaine 2D ( $M \times N$ ) en considérant les données du problème rassemblées dans le tableau 1 suivant :

La sensibilité à la température de vapeur saturante  $T_v$  du frigorigène est examinée pour quatre températures  $T_1, T_2, T_3$  et  $T_4$  espacées de 0,2 m dans la direction axiale et à un rayon de 0,022 mm.

Les résultats rapportés dans cette communication concernent le cas de désorption, dans un domaine de température  $T_v$  variant de 363 K à 433 K. On constate qu'à 363 K (figure 3a), la température du milieu poreux atteint sa valeur maximale après une durée de 4000 secondes environ, par contre on montre que l'augmentation de  $T_v$  n'influe pas sur le maximum atteint par celle du milieu qui reste plafonnée à une valeur asymptotique de 375K (figure 3b) quelque soit la durée de désorption mais par contre la réponse du système est plus rapide.

En phase de désorption; on constate que l'augmentation de  $T_v$  n'est pas trop favorable à la récupération du fluide, la fraction massique résiduelle de celui-ci est plus importante (figures 4a et 4b).

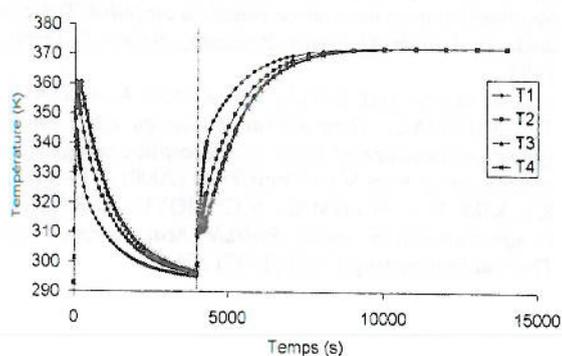
### CONCLUSION

Les résultats numériques montrent que la fraction massique désorbée est inversement proportionnelle à la température de vapeur saturante dans le générateur et donc à la pression, contrairement au transfert thermique qui s'en trouve amélioré. Il y a donc lieu d'envisager un moyen par adsorption-compression permettant d'optimiser le fonctionnement de ce générateur multifonctionnel.

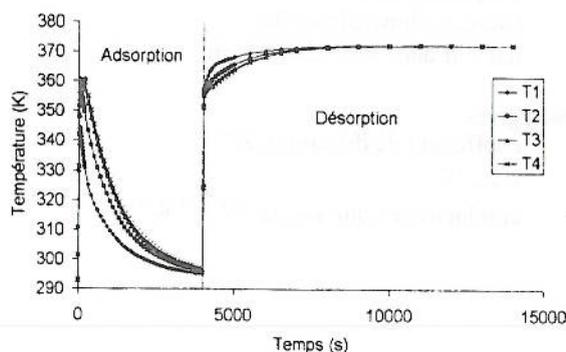
Tableau I

Données caractéristique du générateur

$r_1$	$r_N$	$L$	$\rho_m$	$\rho_p$	$c_m$	$c_p$	$M$	$N$	$\lambda$
mm	mm	m	$\text{kg.m}^{-3}$	$\text{kg.m}^{-3}$	$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$			$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
10	30	1	415	7952	1135	480	15	5	$0,031 + 1,872.10^{-4} T + 7,407.10^{-7} T^2$



(a)



(b)

 Fig. 3. Evolution de  $T_1, T_2, T_3$  et  $T_4$  en fonction de  $T_v$  :

(a) 363 K; (b) 433 K

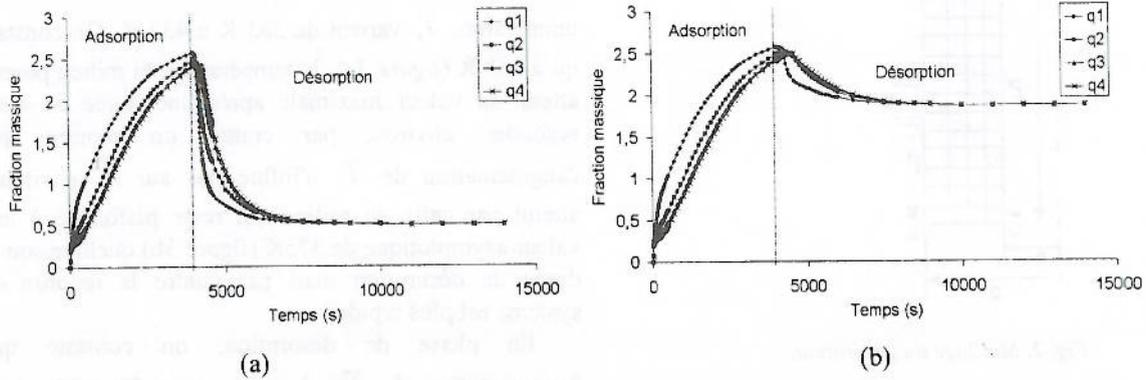


Fig. 4. Evolution de  $q_1, q_2, q_3$  et  $q_4$  en fonction de  $T_v$  :  
(a) 363 K; (b) 413 K.

**NOMENCLATURE**

- $\Delta A$  surface latérale,  $m^2$
- $a$  paramètre de discrétisation
- $A, B, C$  constantes de l'équation d'Antoine
- $c$  capacité calorifique,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$
- $\Delta G_{diff}$  potentiel d'adsorption,  $J.kg^{-1}$
- $h_m$  coeff. de transfert de masse,  $kg.m^{-3}.s^{-1}$
- $h$  coeff. de transfert pariétal,  $W.m^{-2}.K^{-1}$
- $K, n$  constantes de l'équation de Freundlich
- $L$  longueur du milieu, m
- $L_v$  chaleur latente de vaporisation,  $J.kg^{-1}$
- $p$  pression, Pa
- $q$  fraction massique sorbée
- $Q_{st}$  chaleur isostérique,  $J.kg^{-1}$
- $r$  rayon, m
- $R$  constante du gaz,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$
- $S$  source de chaleur,  $W.m^{-3}$
- $\Delta S_{diff}$  entropie d'adsorption,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$
- $t$  temps, s
- $T$  température, K
- $x$  hauteur adimensionnelle
- $z$  hauteur dans le générateur, m

**Symboles grecs**

- $\alpha$  coefficient de dilatation,  $K^{-1}$
- $\phi$  flux, W
- $\lambda$  conductivité équivalente,  $W.m^{-1}.K^{-1}$

- $\rho_a$  masse volumique d'adsorbat,  $kg.m^{-3}$
- $\rho_m$  masse volumique équivalente,  $kg.m^{-3}$
- $\rho_p$  masse volumique des parois,  $kg.m^{-3}$

**Indices et exposants**

- 1, N positions dans le générateur
- ext externe
- he entrée du fluide caloporteur
- hs sortie du fluide caloporteur
- m milieu poreux
- n, s, e, w indices nord, sud, est, ouest
- p paroi
- P point du volume de contrôle
- r fluide frigorigène
- v vapeur
- VC volume de contrôle
- 0 instant initial

**REFERENCE**

- [1] A. DUMAS, *Contribution à l'étude thermique et thermodynamique d'une machine frigorifique à adsorption fonctionnant avec une source chaude à air pulsé*, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, France, 1998.
- [2] K.C.A. ALAM, B.B. SAHA, Y.T. KANG, A. AKISAVA, T. KASHIWAGI, *Heat exchanger design effect on the system performance of silica gel adsorption refrigeration systems*, Int. J. Heat Mass Transfer 43 (2000) 4419-4431.
- [3] K.J. KIM, K.T. FELDMAN Jr, G. LLOYD, A. RAZANI, *Compressor-driven metal hydride heat pumps*, Appl. Thermal Engineering 17 (6) (1997) 551-560.