

OPTIMISATION DES CYCLES IDÉAUX EXO-IRREVERSIBLES DES SYSTEMES FRIGORIFIQUES QUADRI-THERMES

Elena Eugenia VASILESCU¹, Michel FEIDT², Rahal BOUSSEHAIN²

¹UNIVERSITE POLITEHNICA București, ²LEMMA - UPH NANCY I, (France)

Rezumat. Această lucrare prezintă modelarea matematică a ciclurilor ideale exo-irreversibile ale sistemelor frigorifice cu patru surse de căldură, cu particularizare pentru cazul sistemelor cu trei surse. S-a calculat energia motrice consumată și coeficientul de performanță frigorifică în condițiile în care au fost impuse sarcina frigorifică și temperaturile surselor termice exterioare. S-au aplicat două condiții de limitare a conductanțelor termice ale schimbătoarelor de căldură. Pe baza unui studiu de sensibilitate parametrică, analiza a evidențiat că, la o distribuție optimă a conductanțelor termice se obțin regimuri funcționale optime, cu valori maxime ale coeficientului de performanță, caz în care consumul de energie motrice este minim.

LE COEFFICIENT DE PERFORMANCE DU SYSTEM FRIGORIFIQUE QUADRI-THERME EXO-IRREVERSIBLE

Les systèmes frigorifiques tri- et quadrithermes utilisent la chaleur comme énergie motrice. Leur coefficient de performance est plus bas que dans le cas d'une machine bitherme à même effet utile, mais cet aspect est compensé par le coût d'énergie motrice (thermique) qui est plus petit que le coût d'énergie mécanique utilisée par les systèmes à deux sources.

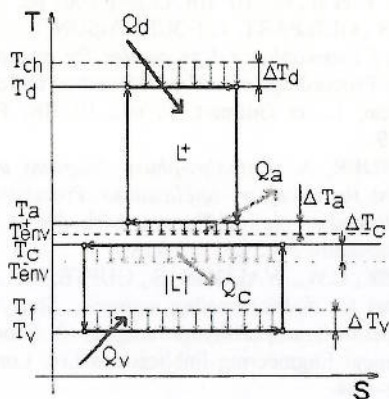


Fig.1. Cycles idéaux exo-irréversibles des systèmes frigorifiques quadri-thermes.

Dans les analyses thermodynamiques des systèmes tri- et quadrithermes, on utilise d'habitude comme critère d'appréciation des performances, le coefficient de performance d'un cycle complexe, idéal, obtenu par la combinaison entre un cycle idéal Carnot direct, moteur, et un cycle idéal Carnot inverse, frigorifique (exo- et endo- réversibles). Evidemment, on peut obtenir un critère de performance plus réaliste en appréciant les pertes énergétiques dues au transfert de chaleur irréversible à différence finie de température dans des échangeurs de chaleur avec des dimensions finies comme dans la figure 1.

Dans la figure 1, on a noté:

T_{ch}, T_{env}^+ [K] - les températures des sources thermiques extérieures dans le cycle direct

T_{env}^-, T_f [K] - les températures des sources thermiques dans le cycle inverse

Q_d, Q_a [J/cycle⁻¹] - les quantités de chaleur échangées dans le cycle direct (en corrélation avec le cycle réel, désorption et adsorption)

Q_c, Q_v [J/cycle⁻¹] - les quantités de chaleur échangées dans le cycle inverse (en corrélation avec le cycle réel, condensation et évaporation)

Le coefficient de performance du cycle complexe sera:

$$COP_{4T} = \frac{Q_v}{Q_d} = \frac{T_v \Delta S_{Q_v}}{T_d \Delta S_{Q_d}} \quad (1)$$

avec $\Delta S_{Q_v}, \Delta S_{Q_d}$ [JK⁻¹] - l'augmentation de l'entropie de l'agent cyclé pendant les processus de transfert de chaleur Q_v, Q_d .

De la condition d'égalité entre le travail du cycle direct et le travail du cycle inverse:

$$L^+ = |L^-| \Rightarrow (T_d - T_a) \Delta S_{Q_d} = (T_c - T_v) \Delta S_{Q_v} \quad (2)$$

on peut écrire pour le coefficient de performance:

$$\begin{aligned} COP_{4T} &= \frac{T_v}{T_d} \cdot \frac{T_d - T_a}{T_c - T_v} = \\ &= \frac{T_v}{T_c - T_v} \cdot \frac{T_d - T_a}{T_d} = COP_{C^-}^{T_c, T_v} \cdot COP_{C^+}^{T_d, T_a} \end{aligned} \quad (3)$$

avec $COP_{C^-}^{T_c, T_v}$ le coefficient de performance du cycle inverse et $COP_{C^+}^{T_d, T_a}$ le coefficient de performance du cycle direct.

La relation (3) peut être développée en utilisant les températures des sources extérieures et les différences de température dans le transfert thermique. On obtient:

$$COP_{4T} = \frac{T_f - \Delta T_v}{(T_{env}^- + \Delta T_c) - (T_f - \Delta T_v)} \cdot \frac{(T_{ch} - \Delta T_d) - (T_{env}^+ + \Delta T_a)}{T_{ch} - \Delta T_d} \quad (4)$$

Les interactions thermique sont décrites à l'aide des équations du transfert global de chaleur $\dot{Q} = kA\Delta T = K \cdot \Delta T$ [W].

K [WK^{-1}] est la conductance de l'échangeur de chaleur, ça veut dire le coefficient global de transfert thermique k [$Wm^{-2}K^{-1}$] multiplié par la surface de transfert de chaleur A [m^2].

Ca permet d'écrire le coefficient de performance comme:

$$COP_{4T} = \frac{T_f - \frac{\dot{Q}_v}{K_v}}{\left(T_{env}^- + \frac{\dot{Q}_c}{K_c}\right) - \left(T_f - \frac{\dot{Q}_v}{K_v}\right)} \cdot \frac{\left(T_{ch} - \frac{\dot{Q}_d}{K_d}\right) - \left(T_{env}^+ + \frac{\dot{Q}_a}{K_a}\right)}{T_{ch} - \frac{\dot{Q}_d}{K_d}} \quad (5)$$

Les relations (4) et (5) montrent que pour les valeurs infinies des conductances, $K \rightarrow \infty$, respectivement nulles pour les différences finies de température $\Delta T \rightarrow 0$, le coefficient de performance tends vers une valeur composée par le COP (rendement thermique, toujours < 1) du cycle Carnot direct entre les températures des sources T_{ch} , T_{env}^+ multiplié par le COP du cycle Carnot inverse entre les températures des sources T_{env}^- , T_f . Ca représente la valeur maximale, idéale du COP_{4T} sans l'irréversibilité externe du transfert thermique à dimensions finies et différences de température finies.

$$COP_{4T} \xrightarrow[\Delta T \rightarrow 0]{K \rightarrow \infty} \frac{T_f}{T_{env}^- - T_f} \cdot \frac{T_{ch} - T_{env}^+}{T_{ch}} = COP_{C-}^{T_{env}^-, T_f} \cdot COP_{C+}^{T_{ch}, T_{env}^+} = COP_{4T}^{T_{ch}, T_{env}^+, T_{env}^-, T_f} \quad (6)$$

LE MODÈLE D'OPTIMISATION

Les équations utilisées pour l'étude de l'influence de l'irréversibilité externe du cycle sont:

- équation de bilan énergétique:

$$\dot{Q}_d + \dot{Q}_v = \dot{Q}_a + \dot{Q}_c \quad (7)$$

- équations de bilan entropique dans le cycle direct, respectivement inverse, en supposant qu'ils sont séparément endoreversibles:

$$\frac{\dot{Q}_d}{T_d} - \frac{\dot{Q}_a}{T_a} = 0 \quad \frac{\dot{Q}_v}{T_v} - \frac{\dot{Q}_c}{T_c} = 0 \quad (8)$$

- équations du transfert de chaleur:

$$\dot{Q}_i = K_i \Delta T_i \quad (\text{avec } i = d, a, c, v) \quad (9)$$

- conditions de dimension finie pour les interactions thermiques du cycle direct, inverse:

$$K^+ = K_d + K_a \quad K^- = K_v + K_c \quad (10)$$

En considérant comme imposées: la puissance frigorifique \dot{Q}_v , les températures des sources thermiques T_{ch} , T_{env}^+ , T_{env}^- , T_v , on peut exprimer le flux de chaleur consommé comme une fonction de conductances:

$$\dot{Q}_d = f(K_d, K_a, K_c, K_v) = \frac{-B - (B^2 - 4A \cdot C)^{0.5}}{2A} \quad (11)$$

avec:

$$A = \frac{1}{K_d} + \frac{1}{K_a}$$

$$B = -T_{ch} + T_{env}^+ - \dot{Q}_v \left(\frac{1}{K_d} + \frac{1}{K_a} \right)$$

$$C = \left(\frac{T_{env}^-}{T_f - \dot{Q}_v \left(\frac{1}{K_v} + \frac{1}{K_c} \right)} - 1 \right) \quad (12)$$

$$C = \dot{Q}_v T_{ch} \left(\frac{T_{env}^-}{T_f - \dot{Q}_v \left(\frac{1}{K_v} + \frac{1}{K_c} \right)} - 1 \right)$$

Si on impose aussi les conductances totales K^+ , K^- et $K_a = K^+ - K_d$, $K_c = K^- - K_v$ l'énergie consommée dans le cycle quadritherme \dot{Q}_d peut être exprimée comme une fonction de 2 variables, respectivement K_d , K_v .

$$\dot{Q}_d = f(K_d, K_v) \quad (13)$$

Dans la figure 2 on a représenté graphiquement la "puissance thermique" consommée dans le cycle quadritherme et dans la figure 3, le coefficient de performance, en imposant:

$$\dot{Q}_v = 30 \text{ kW}, T_{ch} = 420 \text{ K}, T_{env}^+ = 300 \text{ K}, T_{env}^- = 290 \text{ K}, T_f = 263 \text{ K}, K^+ = 7 \text{ kWK}^{-1}, K^- = 7 \text{ kWK}^{-1}.$$

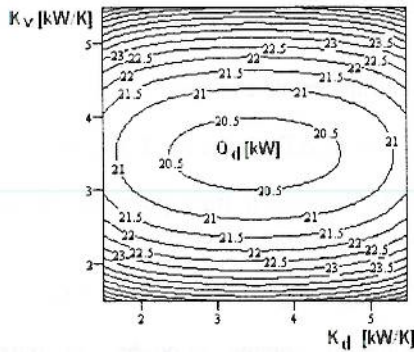


Fig.2. Energie consommée.

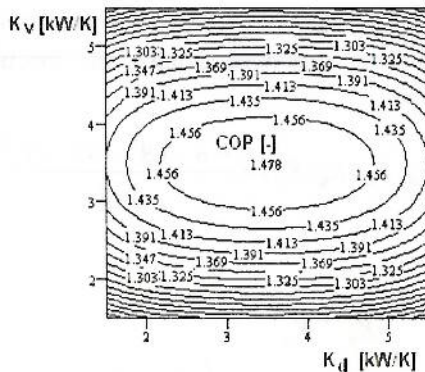


Fig.3. Coefficient de performance.

On observe que le coefficient de performance a une valeur maximale globale, respectivement la consommation énergétique a une valeur minimale globale dans le cas d'une distribution égale des conductances thermique: $K_d^{opt} = K_a^{opt} = K^+ / 2$, $K_v^{opt} = K_c^{opt} = K^- / 2$ qui impose des différences optimales des températures ΔT_i^{opt} avec $i = d, a, c, v$ et des flux optimaux de chaleur échangés.

Le résultat pouvait être anticipé à l'aide de la théorie de la thermodynamique en dimensions finies qui indique la distribution égale des conductances comme optimale pour les cycles directs comme pour les cycles inverses.

Les figures 4 et 5 montrent que la génération d'entropie due à l'irréversibilité externe présente une valeur minimale, respectivement le rendement exergetique a une valeur maximale pour la distribution optimale de conductances.

La génération d'entropie a été calculée à l'aide de la formule:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{Q}_d \left(\frac{1}{T_d} - \frac{1}{T_{ch}} \right) + \dot{Q}_a \left(\frac{1}{T_{env}^+} - \frac{1}{T_a} \right) + \dot{Q}_c \left(\frac{1}{T_{env}^-} - \frac{1}{T_c} \right) + \dot{Q}_o \left(\frac{1}{T_v} - \frac{1}{T_f} \right) \quad (14)$$

Le rendement exergetic:

$$\eta_{ex} = \frac{COP_{4T}}{COP_{4T}^{T_{ch}, T_{env}^+, T_{env}^-, T_f}} \quad (15)$$

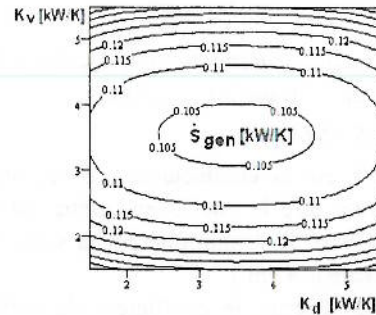


Fig.4. Génération d'entropie.

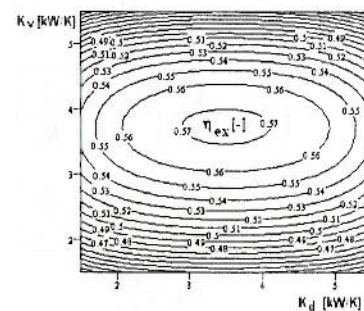


Fig.5. Rendement exergetique.

On va transformer maintenant les paramètres K^+ et K^- en variables. Si on note la conductance totale du système quadritherme par:

$$K = K^+ + K^- \quad (1.6)$$

et on considère une distribution optimale $K_d^{opt} = K_a^{opt} = K^+ / 2$, $K_v^{opt} = K_c^{opt} = K^- / 2$, on peut effectuer un étude sur l'influence du K, K^+, K^- comme dans les figures 6 et 7.

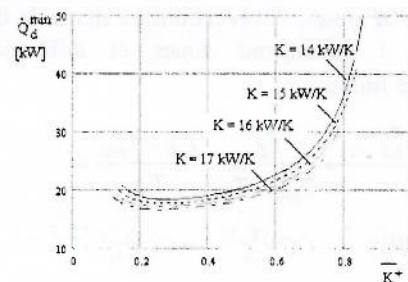


Fig.6. Le flux de chaleur optimal consommé.

On a noté par $\bar{K}^+ = K^+ / K$ le rapport entre la conductance totale du cycle direct et la conductance thermique totale du système quadritherme.

On observe (figures 6 et 7) l'existence d'un nouvel minimum pour la consommation énergétique, respectivement maximum pour le coefficient de performance aux conductances du cycle inverse plus grandes que les conductances du cycle direct.

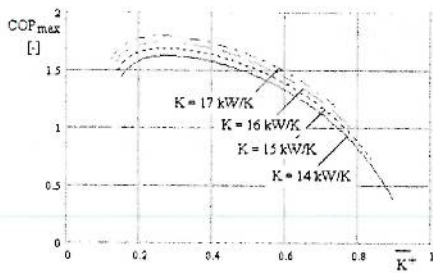
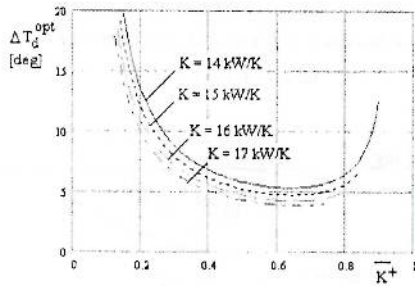
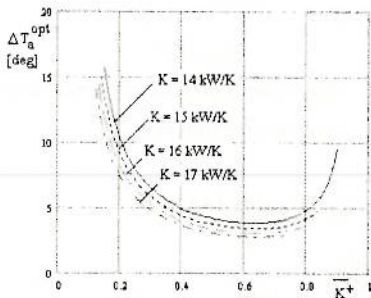
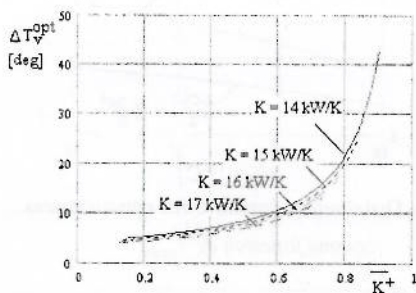
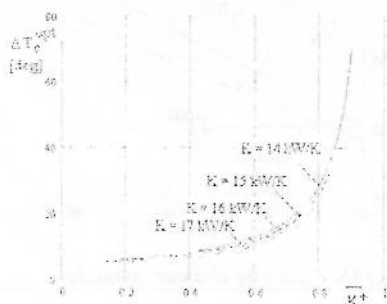


Fig. 7. Le coefficient de performance maximal.

Fig. 8. Différence optimale de température ΔT_d^{opt} .Fig. 9. Différence optimale de température ΔT_a^{opt} .Fig. 10. Différence optimale de température ΔT_v^{opt} .Fig. 11. Différence optimale de température ΔT_c^{opt} .

Les figures 8, 9, 10, 11 montrent la variation des différences finies optimales des température dans le transfert de chaleur comme fonction de \bar{K}^+ pour valeurs de la conductance totale:

$$K = 14 \dots 17 \text{ kW/K}^{-1}$$

Les figures 6, 7 montrent qu'il y a aussi une distribution optimale pour les conductances totales du chaque cycle $K_{opt}^+ < K_{opt}^-$ qui conduit à un coefficient de performance maximal.

ÉTUDE DE SENSIBILITÉ PARAMÉTRIQUE

L'influence des paramètres T_{ch} (figures 12...d), T_{env}^+ (figures 13a...d), T_{env}^- (figures 14a...d), T_f (figures 15a...d) sur les conditions optimales a été étudiée au dessous, en considérant un régime de référence caractérisé par:

- puissance frigorifique: $\dot{Q}_v = 30$ kW

- températures des sources extérieures:

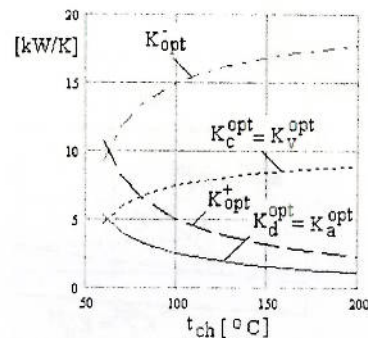
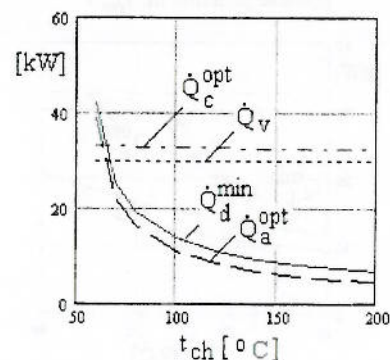
$$T_{ch} = 373 \text{ K (100}^\circ\text{C)}; T_{env}^+ = 293 \text{ K (20}^\circ\text{C)}$$

$$T_{env}^- = 288 \text{ K (15}^\circ\text{C)}; T_f = 273 \text{ K (0}^\circ\text{C)}$$

- conductance thermique total du system:

$$K = 20 \text{ kW/K}$$

Influence de T_{ch} (figures 12a...d)

Fig. 12a. Distribution optimale des conductances (comme fonction de t_{ch}).Fig. 12b. Fluxes de chaleur optimales (comme fonction de t_{ch}).

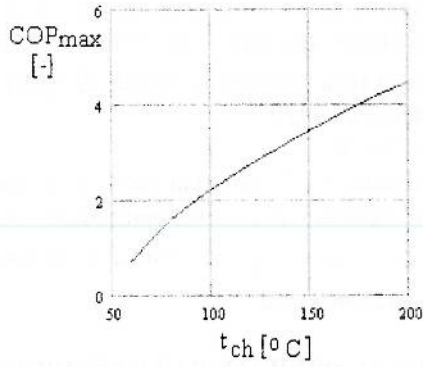


Fig.12c. Coefficient de performance (comme fonction de t_{ch}).

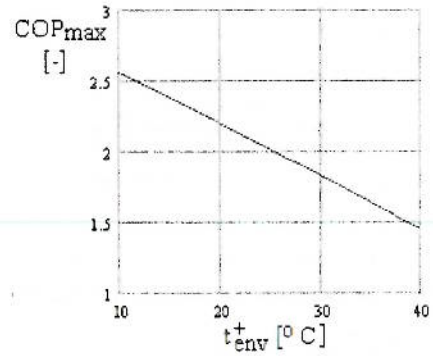


Fig.13c. Coefficient de performance (comme fonction de t_{env}^+).

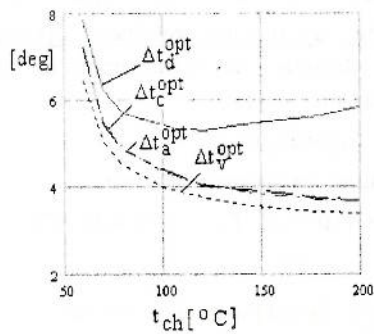


Fig.12d. Différences optimales de température (comme fonction de t_{ch}).

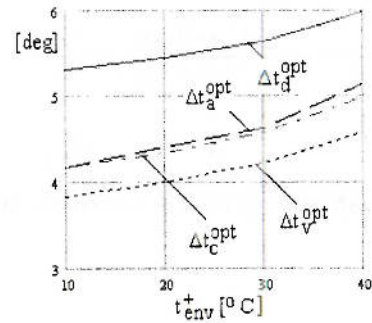


Fig.13d. Différences optimales de température (comme fonction de t_{env}^+).

Influence de T_{env}^+ (figure 13a...d)

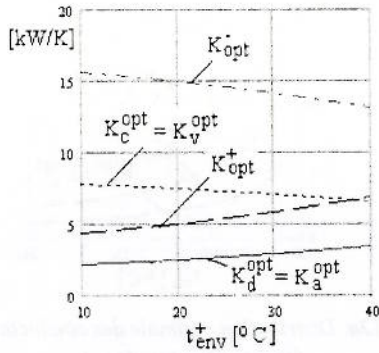


Fig.13a. Distribution optimale des conductances (comme fonction de t_{env}^+).

Influence de T_{env}^- (figures 14a...d)

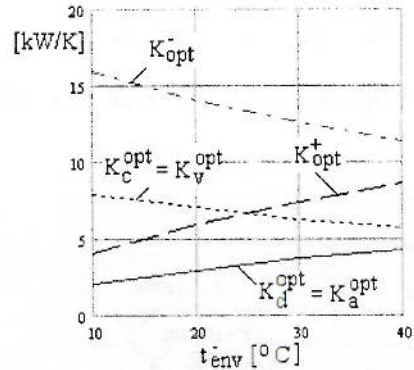


Fig.14a. Distribution optimale des conductances (comme fonction de t_{env}^-).

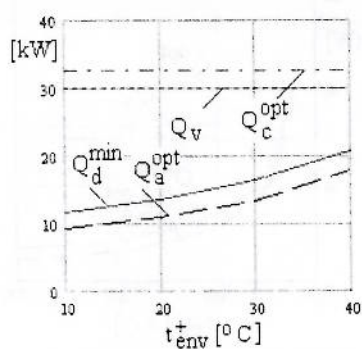


Fig.13b. Fluxes de chaleur optimales (comme fonction de t_{env}^+).

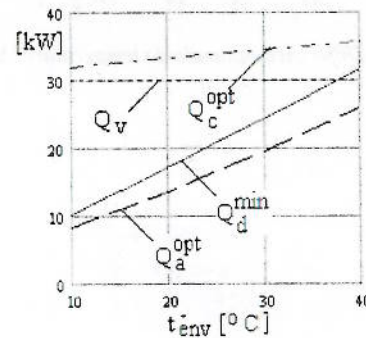


Fig.14b. Fluxes de chaleur optimales (comme fonction de t_{env}^-).

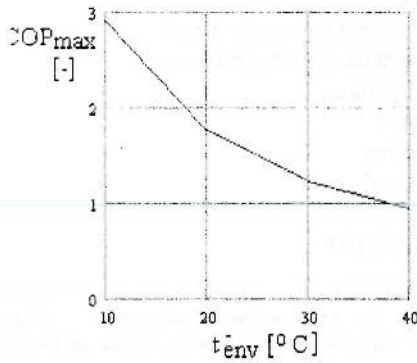


Fig. 14c. Coefficient de performance (comme fonction de t_{env}^-).

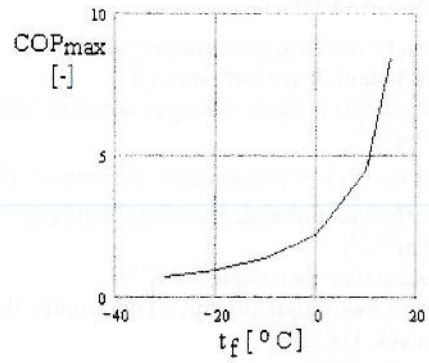


Fig. 15c. Coefficient de performance (comme fonction de t_f).

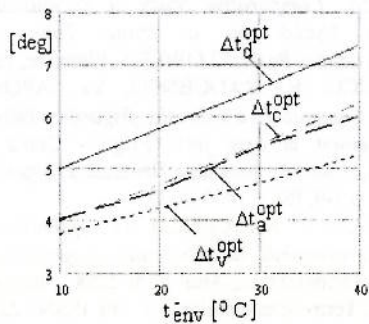


Fig. 14d. Différences optimales de température (comme fonction de t_{env}^-).

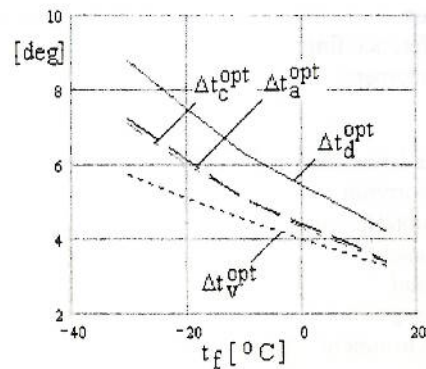


Fig. 15d. Différences optimales de température (comme fonction de t_f).

Influence de T_f (figures 15a...d)

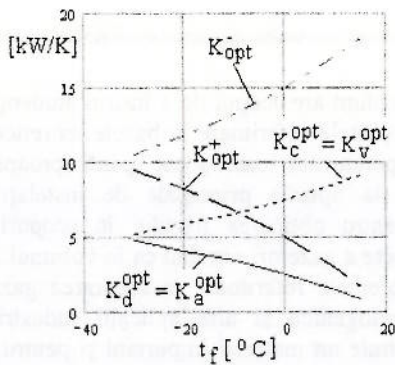


Fig. 15a. Distribution optimale des conductances (comme fonction de t_f).

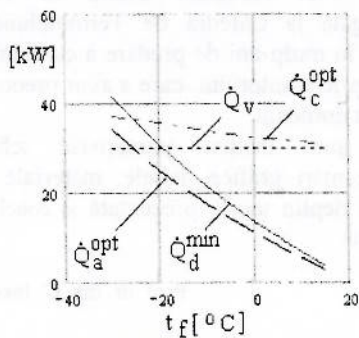


Fig. 15b. Fluxes de chaleur optimales (comme fonction de t_f).

CONCLUSION

L'étude d'optimisation sur le cycle idéal exoirréversible du système frigorifique quadritherme met en évidence les aspects suivants:

- l'existence d'un maximum du coefficient de performance et une consommation énergétique minimum à condition d'une distribution égale des conductances thermique à l'intérieur du chaque cycles: direct et inverse $K_d^{opt} = K_a^{opt} = K^+ / 2$; $K_v^{opt} = K_c^{opt} = K^- / 2$;
- une conductance totale $K_{opt}^+ < K_{opt}^-$ est aussi nécessaire pour obtenir un coefficient de performance maximale ;
- en conditions optimales, les différences de température pendant la désorption ΔT_d^{opt} sont les plus grandes et pendant l'évaporation ΔT_v^{opt} les plus basses ;
- comme c'est normal, une augmentation des températures T_{ch} , T_f a une influence positive sur COP, autant qu'une augmentation des températures T_{env}^{+-} a une influence négative ;
- les conclusions de l'étude confirme les résultats obtenues dans des travaux similaires sur les machines frigorifiques trithermes; on doit spécifier que le model présenté dans ce travail peut être appliqué aux systèmes quadrithermes mais aussi aux systèmes trithermes en appliquant la condition: $T_{env}^+ = T_{env}^-$.

NOMENCLATURE

| | |
|-----------|--|
| A | surface d'échange thermique [m^2] |
| COP | coefficient de performance [-] |
| Q | quantité de chaleur échangée dans un cycle [$J \text{ cycle}^{-1}$] |
| \dot{Q} | flux de chaleur ou puissance thermique [W] |
| k | coefficient global de transfert thermique [$W m^{-2} K^{-1}$] |
| K | conductance thermique [$W K^{-1}$] |
| L | travail mécanique produit ou consommé dans un cycle [$J \text{ cycle}^{-1}$] |
| S | entropie [$J K^{-1}$] |
| \dot{S} | flux d'entropie [$W K^{-1}$] |
| T | température [K] |

Grecques

| | |
|----------|------------------|
| Δ | différence finie |
| η | rendement |

Indices


| | |
|-----|--------------|
| 4T | quadritherme |
| a | adsorption |
| c | condensation |
| C | Carnot |
| ch | chaud |
| d | désorption |
| env | environment |
| f | froid |
| max | maximal |
| opt | optimal |
| v | évaporation |

Exposants

| | |
|-----|------------------------------|
| + | appartenant au cycle direct |
| - | appartenant au cycle inverse |
| ex | exergetique |
| gen | généré |
| min | minimal |
| opt | optimal |

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BOUSSEHAIN, R., *Caractérisation thermostatique et cinétique des phénomènes d'adsorption - désorption de couples charbons actifs - alcools*, Thèse de Doctorat d'Etat en sciences, INPL - Nancy, 1986.
- [2] FEIDT, M., *Thermodynamique et optimisation des systèmes et procédés*, Technique et Documentation (Lavoisier), Paris, 1987
- [3] FEIDT, M., *Comparative Study of Various Refrigerating Machines Cycles on a Finite Time or Surface Thermodynamics Basis*, FLOWER'S, Florence, 1997, Italy
- [4] VASILESCU, E., RADCENCO, Vs., APOSTOL, Vs., *Metode de optimizare a ciclurilor frigorifice biterme pe baza termodinamicii în timp finit*, Frigo - Clima Newsletter, nr.1/2000, editată de Asociația Generală a Frigotehniștilor din România, p.5-9, ISSN 1454-962X.
- [5] VASILESCU, E., RADCENCO, Vs., *Optimizarea ciclurilor ideale exoîreversibile ale instalațiilor frigorifice cu absorbție și ejecție*, Termotehnica, Anul V, nr.2/2001, Revista Societății Române a Termotehnicienilor, p.31-36, ISSN 1222-4057.
- [6] VASILESCU, E., RADCENCO, Vs., *Elemente de termodinamică tehnică disipativă*, Ed. Conspress, București, ISBN 973-8165-26-1, 2002.
- [7] VASILESCU, E., RADCENCO, Vs., *Instalații frigorifice cu absorbție și cu ejecție - teorie și aplicații*, Ed. Printech, ISBN 973-652-772-7, 2003



Prezentul volum are scopul de a instrui studenții și a le oferi cunoștințele referitoare la bazele teoretice de obținere a temperaturilor foarte joase (până aproape de zero absolut), la tipurile principale de instalații și componente pentru obținerea frigului în scopuri de răcire și lichefiere a gazelor, urmând ca în volumul 2 să se trateze problemele referitoare la separarea gazelor prin metode criogenice și alte aplicații industriale. Volumul constituie un material important și pentru alți specialiști: cercetători, ingineri care au preocupări în domeniul temperaturilor foarte scăzute.

Lucrarea a fost redactată având în vedere experiența câștigată la Catedra de Termotehnică și Mașini Termice, în mulți ani de predare a cursului, cât și experiența proprie a autorului, care a avut preocupări deosebite în acest domeniu.

În lucrare sunt incluse numeroase scheme, diagrame, reprezentări grafice, tabele, materiale care demonstrează pe deplin teoria prezentată și concluziile practice ale autorului.

Prof. dr. ing. C. Iosifescu