

ANALIZA COMPORTĂRII DINAMICE A DISPOZITIVELOR ANTISEISMICE SCHEMATIZATE CA MODELE REOLOGICE COMPLEXE

Polidor BRATU¹

¹ Membru titular al Academiei de Stiinte Tehnice din Romania

1. INTRODUCERE

Modelarea reologică a comportării dispozitivelor de izolare dinamică, cât și a celor hidraulice de disipare cu ulei vâscos, poate fi grupată pe structurarea a două sisteme liniare compuse. Astfel, vor fi analizate doua modele compuse alcătuite din elemente liniare simple de tip Hooke și Newton. Acestea pot fi grupate în paralel pentru modelul Voigt-Kelvin și în serie pentru modelul Maxwell. În consecință, se va analiza capacitatea de disipare a energiei pe elementul liniar vâscos de tip Newton, în corelație directă cu condițiile de excitație a masei cu forță inerțială rotitoare de forma $F(\omega) = m_0 r \omega^2$, unde $m_0 r$ este momentul static de dezechilibrare dinamică la rotația cu viteza unghiulară ω .

2. STRUCTURA MODELELOR DINAMICE LINIARE

Se prezintă două modele compuse formate din elementele liniare Hooke cu rigiditatea k , Newton cu vâscozitatea c , masa concentrată m cu deplasare unidirecțională și forța perturbatoare armonică $F(t) = F_0 \sin \omega t$ unde $F_0 = m_0 r \omega^2$. În figura 1 se dau cele două modele Voigt-Kelvin și Maxwell.

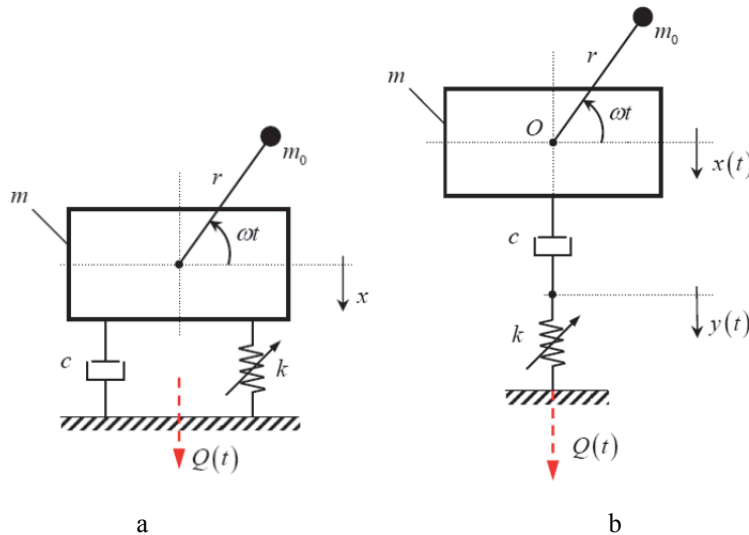


Fig. 1. Modele reologice liniare cu masa concentrate și excitație inerțială rotitoare:
a) Model liniar Voigt-Kelvin; b) Model liniar Maxwell.

Energia disipată în corpul vâscos c , la pulsația ω și amplitudinea deformației H_0 a acestuia este dată de relația

$$W_d = \pi c \omega X_0^2$$

sau ținând seama de faptul că $c = 2\zeta m p$ și $\Omega = \omega/p$ avem

$$W_d = 2\pi k \zeta \Omega X_0^2 \tag{1}$$

Buclele histerezis definite într-un sistem de axe forță-deplasare sunt de forma:

$$F(x, \zeta) = F_0 \left[\frac{x}{X_0} \cos \varphi \mp \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{X_0^2}} \right] \quad (2)$$

unde: $F_0 = F_0(\Omega) m_0 r p^2 \Omega^2$ este amplitudinea forței de excitație la pulsația relativă $\Omega = \omega/p$;

$x = X_0 \sin(\omega t - \varphi) = X_0 \sin(p\Omega t - \varphi)$ - deplasarea instantanee;

$X_0 = X_0(\Omega, \zeta)$ - amplitudinea deplasării masei m .

- fracțiune din amortizarea critică

$$\tau = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

- pulsația proprie a sistemului

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

φ - defazajul dintre deplasarea $x(t)$ și forța $F(t)$.

3. ENERGIA DISIPATĂ ÎN CAZUL MODELULUI VOGT-KELVIN

Se introduce ipoteza că rigiditatea elementului Hooke este discret variabilă, adică $k = [1, 2, 3, 4] \cdot 10^8 \text{ N/m}$.

De asemenea, coeficientul de amortizare vâscoasă este constant $c=400 \text{ kNs/m}$, masa este constant $m = 4 \cdot 10^3 \text{ kg}$, momentul static de dezechilibrare este $m_0 r = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}$, iar $\zeta(k) = \frac{c}{2\sqrt{k}}$ variabil în funcție de modificarea discretă a rigidității k .

Parametrii de răspuns ai sistemului Voigt-Kelvin la excitația armonică cu forța $F(t) = m_0 r p^2 \Omega^2 \sin p\Omega t$ sunt următorii:

- amplitudinea deplasării instantanee $x(t)$

$$X_0^{v-k} = \frac{m_0}{m} \Omega^2 \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}} \quad (3)$$

- forța maximă transmisă la baza fixă Q_0^{v-k}

$$Q_0^{v-k} = \frac{m_0}{m} k \Omega^2 \sqrt{\frac{1 + (2\zeta\Omega)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}} \quad (4)$$

- energia disipată pe elementul liniar vâscos W_d^{v-k}

$$W_d^{v-k} = k \left(\frac{m_0}{m} \right)^2 \frac{2\pi\zeta\Omega^5}{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2} \quad (5)$$

- ecuația buclei histerezis(elipsa) definite de forța de excitație F în raport cu deplasarea instantanee $x=x(t)$, adică

$$F(x)^{v-k} = \frac{m_0 r}{m} k \Omega^2 \left(\frac{x}{X_0^{v-k}} \cos \varphi \pm \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{(X_0^{v-k})^2}} \right) \quad (6)$$

unde funcțiile $\sin \varphi$ și $\cos \varphi$ se determină în raport cu $\text{tg} \varphi = 2\zeta \frac{1}{1 - \Omega^2}$.

În figura 2 se prezintă familia de curbe pentru energia disipată $W_d^{v-k}(\Omega, k)$, unde $\Omega = \omega \sqrt{\frac{m}{k}}$, pentru $\omega = 0 \dots 1500 \text{ rad/s}$, astfel încât scala să fie $\Omega = 0 \dots 3,5$.

Buclele histerezis sunt prezentate în figura 3 pentru $\omega \in [100, 200, 300, 400] \text{ rad/s}$. Pentru fiecare caz în parte au fost calculate ariile elipselor.

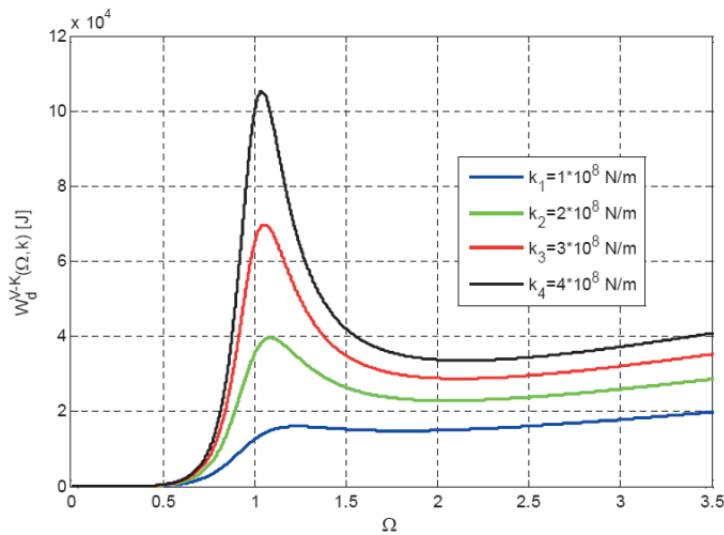
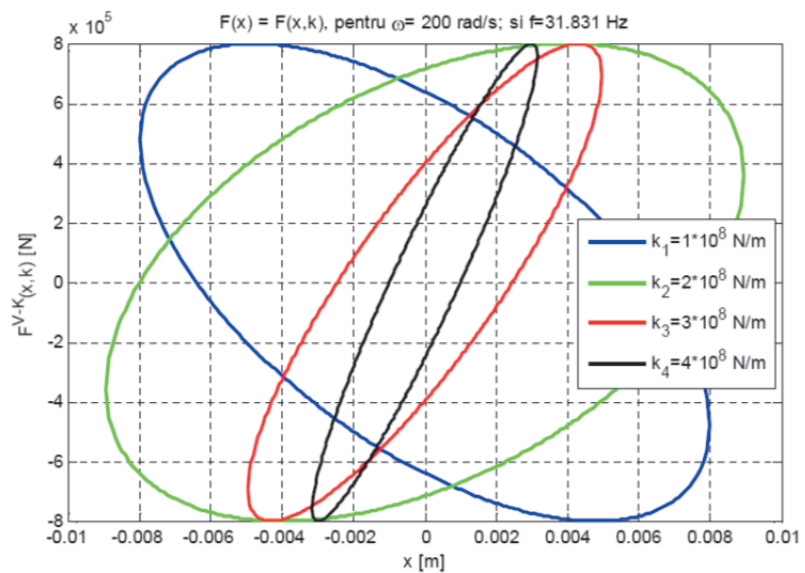


Fig. 2. Curbele de variație ale lui W_d^{p-k} în funcție de Ω și variația discretă a lui k .

$$\Omega \in [0 \dots 3,5]$$

a) $\omega = 200$ rad/s



b) $\omega = 400$ rad/s

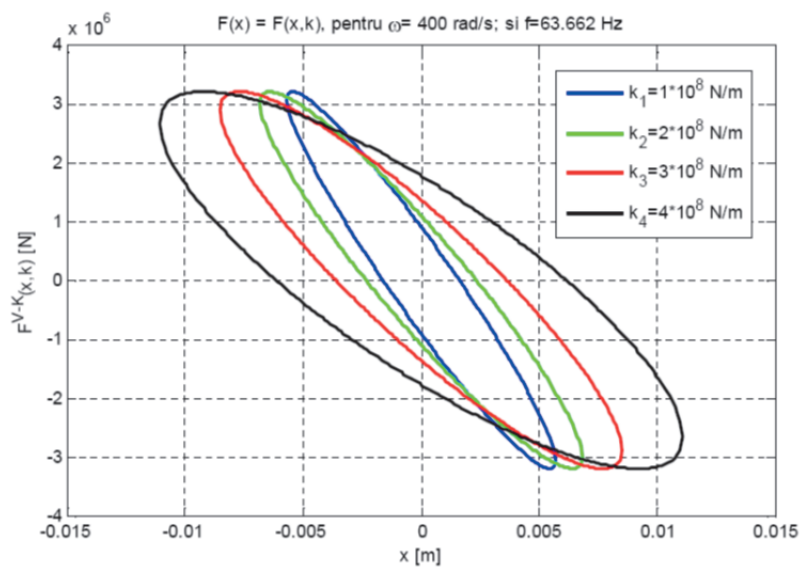


Fig. 3. Buclele histeretice în funcție de ω .

4. ENERGIA DISIPATĂ ÎN CAZUL MODELULUI MAXWELL

Folosim aceleași date ca în cazul precedent, cu aceeași variație continuă a lui ω și variația discretă a lui k . Astfel, răspunsul sistemului Maxwell la excitația forței $F(t) = m_0 r \omega^2 \sin \omega t$ poate fi dată prin următorii parametrii:

- amplitudinea deplasării instantanee $x(t) = X_0 \sin(\omega t - \theta)$

$$X_0^M = \frac{m_0 r}{m} \Omega^2 \sqrt{\frac{1 + (2\zeta\Omega)^2}{\Omega^4 + (2\zeta\Omega)^2(1 - \Omega^2)^2}} \quad (7)$$

- forța maximă transmisă la baza fixă Q_0^M

$$Q_0^M = m_0 r p^2 \frac{2\zeta\Omega^3}{\sqrt{\Omega^4 + (2\zeta\Omega)^2(1 - \Omega^2)^2}} \quad (8)$$

- energia disipată pe elementul liniar vâscos W_d^M

$$W_d^M = \pi c \omega H_0^2 \quad (9)$$

unde H_0 este amplitudinea deformației elementului vâscos c sau deplasarea relativă maxima. Astfel, avem

$$H_0 = \frac{m_0 r}{m} \Omega^2 \frac{1}{\sqrt{\Omega^4 + (2\zeta\Omega)^2(1 - \Omega^2)^2}} \quad (10)$$

$$W_d^M = k \left(\frac{m_0 r}{m}\right)^2 \frac{2\pi\zeta\Omega^5}{\Omega^4 + (2\zeta\Omega)^2(1 - \Omega^2)^2} \quad (11)$$

- ecuația buclei histerezis(elipsei) este definită astfel:

$$F^M(x) = \frac{m_0 r}{m} k \Omega^2 \left(\frac{x}{X_0^M} \cos \theta \mp \sin \theta \sqrt{1 - \frac{x^2}{(X_0^M)^2}}\right) \quad (??)$$

unde $\text{tg} \theta = \frac{2\zeta}{-\Omega + 4\zeta^2\Omega(1 - \Omega^2)}$

În figura 4 se prezintă familia de curbe pentru energia disipată $W_d^M(\Omega, k)$

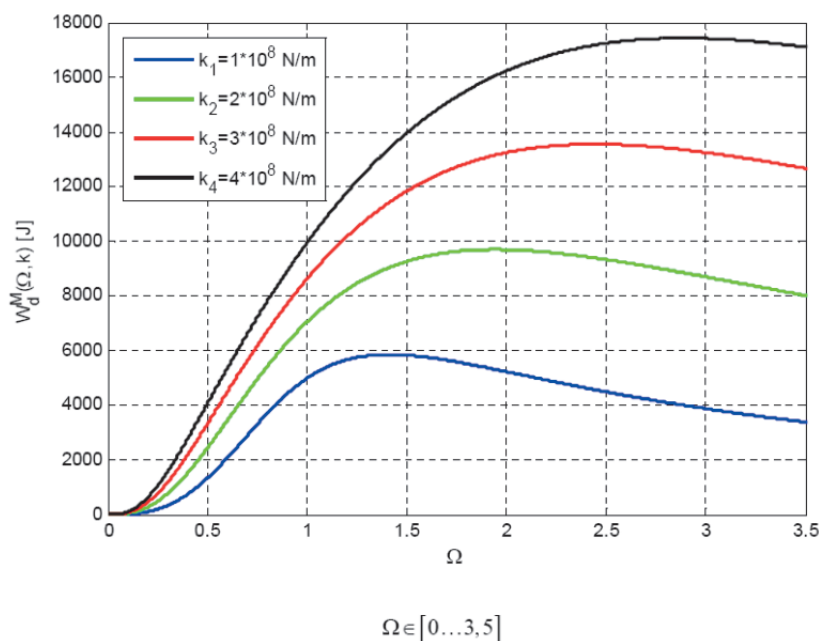
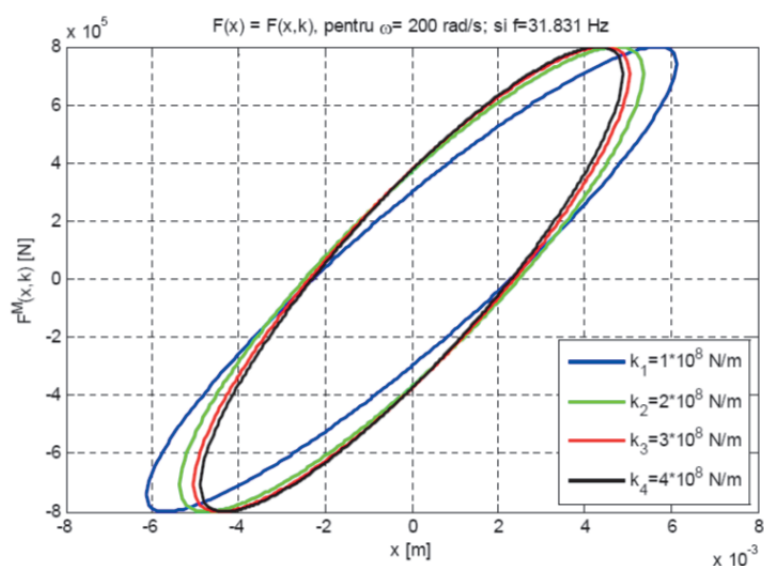
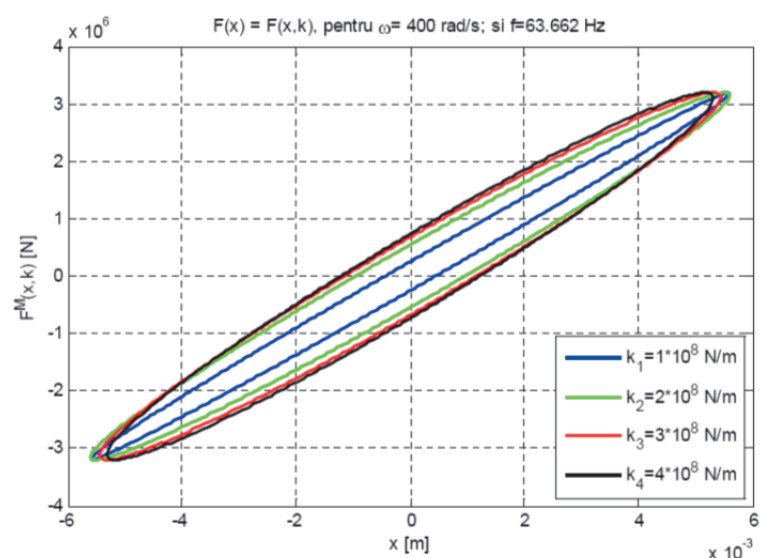


Fig. 4. Familia de curbe ale energiei $W_d^M(\Omega, k)$.

Reprezentarea familiilor de bucle histeretice este dată în figura 5.



a) $\omega = 200$ rad/s



b) $\omega = 400$ rad/s

Fig. 5

5. CONCLUZII

Pe baza curbelor de răspuns ale modelelor analizate în regim armonic de excitație, cu forță inerțială rotitoare, la variația continuă a vitezei unghiulare ω și la variația discretă a rigidității k , pot fi sintetizate următoarele concluzii:

a. La modelul Voigt-Kelvin, prezența arcului în paralel cu amortizorul evidențiază comportarea preponderant elastic cu efecte asupra tuturor mărimilor.

b. Se remarcă faptul că la modelarea Voigt – Kelvin energia disipată pe fiecare buclă histeretică coincide cu energia dată de reprezentarea în raport cu ω a lui W_d^{v-k} .

c. La modelul Maxwell, legarea în serie a celor două elemente reologice duce la un comportament preponderant vâcos.

d. Energia disipată experimentată atât prin funcția W_d^M , cât și prin buclei histeretice evidențiază valori semnificative la pulsații reduse sub 100 rad/s.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Bratu, P. *Vibration transmissivity in mechanical systems with rubber elements using viscoelastic models*. The 5th European Rheology Conference, Ljubljana, Slovenia, 1998.
- [2] Bratu, P. *Analyze insulator rubber elements subjected to actual dynamic regime*. Proc. of the 9th ICSU, University Orlando, Florida, USA, 2002.
- [3] Kelly, T. *Base insulation of structures*. San Diego, 2001.
- [4] Mortelli, A. Sannino, U. Parducci, A, Braga, F. *Moderni sistemi e tecnologie antiseismici*, AICPS, nr. 2-3/2010.
- [5] Trigili, G. *Introduzione alla dinamica delle strutture e spettro di progetto*. Ed. Dario Flaccorio, Palermo, 2010.

THE ANALYSIS OF DYNAMIC BEHAVIOR OF SCHEMATIC SEISMIC DEVICES, AS COMPLEX RHEOLOGICAL MODELS.

Polidor BRATU¹

¹ Full Member of the Academy of Technical Sciences in Romania

Abstract: This paper presents the results of the researches on composed isolation and damping systems. Thus, there are highlighted the laws, characteristics and behavior in dynamic regime for the Voigt-Kelvin, Maxwell and Zener composed rheological elements. For each type of rheological model, with the same excitation system and the same supported mass, there are presented the variations of the significant parameters of dynamic response and dynamic isolation. On the basis of representative curves analysis it can be assessed, by comparison, the isolation effects. Also, there are highlighted the optimum areas in relation with the excitation frequency of the dominant signal of the spectral composition of the seismic motion.