

METODE ANALITICE ȘI NUMERICE ÎN DETERMINAREA FRECVENȚELOR PROPRII ALE PLĂCILOR LIGNOCELULOZICE

Prof. dr. ing. Ioan T. CURTU
Universitatea „Transilvania” din Brașov



Absolvent al Institutului Politehnic Brașov (astăzi Universitatea Transilvania din Brașov), specializarea Industrializarea lemnului; doctor inginer din 1972; profesor universitar din 1990; conducător științific de doctorat din 1988 în domeniul Rezistența materialelor, elasticitate și plasticitate; 17 teze de doctorat finalizate; Doctor Honoris Causa al Academiei Tehnice Militare București (2008); premiul *Traian Săvulescu* al Academiei Române (1990). A efectuat peste 412 studii și cercetări în domeniul rezistenței, elasticității și testării lemnului și compozitelor lignocelulozice. A publicat la edituri centrale peste 24 de cărți, iar pe plan local, 17 manuale universitare. A coordonat programe TEMPUS, cu Banca Mondială, fiind director la peste 20 proiecte de cercetare științifică. Este președintele ARACIS din 2006. Membru Titular al Academiei de Științe Tehnice din România, secția: mecanică tehnică.



Drd. ing. Mariana Domnica STANCIU
Universitatea „Transilvania” din Brașov

Absolventă în 2006, ca șefă de promoție, a Facultății de Industria Lemnului, Universitatea Transilvania din Brașov. În 2008 a obținut titlul de master inginer în Dinamica structurilor mecanice. În prezent este doctorand cu frecvență la Facultatea de Inginerie Mecanică, domeniul Inginerie mecanică. În timpul facultății a participat la concursul profesional „C. C. Teodorescu”, obținând premiul I cu punctaj maxim. A participat la numeroase simpozioane și conferințe naționale și internaționale și a publicat o serie de lucrări și articole. Este membru în echipele de cercetare ale unor contracte științifice și director de proiect al unui contract științific de tip TD.

REZUMAT. Lucrarea se focalizează pe analiza dinamică a structurilor de plăci lignocelulozice din componența chitarelor prin metode analitice și numerice. În prima etapă s-a realizat modelarea cu FEM a plăcilor lignocelulozice în diferite variante structurale, după care s-a analizat comportarea dinamică a plăcilor la vibrații libere în condițiile varierii diferiților parametri. A doua etapă a constat în modelarea analitică a plăcilor pe baza relațiilor de calcul stabilite de Rossing, 2002. În final rezultatele obținute prin cele două metode au fost comparate cu cele obținute de alți cercetători din domeniu.

Cuvinte cheie: metoda elementului finit, plăci compozite lignocelulozice, forme modale, frecvența proprie.

ABSTRACT. The paper presents the results of the analytical and numerical method using to determine the dynamical behavior of the lignocelluloses composite plates from the stringed instruments' structure. First it had been done the geometrical modelling of the structures from the plates, as the body of the classical guitar – size 4/4, according to the standard dimensions used in the musical instruments factory SC Hora SA Reghin Romania. Then it had been done the dynamical analysis with finite element of the plates from the body guitar structure using Patran-Nastran software package. There had been modeled different types of structures of plates, from the point of thickness, of the used material and of the top braces. Through analyzing and comparing the normal modes of the fixed edges plates and the structures' response to the action of the cyclic stresses it had been noticed that the acoustic performances of the musical stringed instruments (classical guitar) are influenced by micro-structural, physical, mechanical and dynamical characteristics of the materials used for wood plates and for wooden materials. The results of the scientific studies contribute to the improving of the performances of the guitars' acoustic quality.

Keywords: finite element method (FEM), lignocelluloses composite plates, modal shapes, natural frequency.

1. ASPECTE GENERALE

Calitatea acustică a unei chitare este determinată de o numeroși factori cum ar fi: geometria și structura plăcilor, calitatea materialelor și caracteristicile lor fizice, elastice, mecanice și acustice, calitatea suprafețelor și finisajul, calitatea corzilor și priceperea interpretului. Utilizarea lemnului și a materialelor lignocelulozice

compozite în structura plăcilor acustice prezintă multiple avantaje: un spectru larg de frecvențe amplificate, absorbția energiei sonore, viteza de propagare a sunetului în lemn ridicată, transmiterea fidelă a vibrațiilor corzilor. Forma și structura plăcilor din componența chitarelor constituie un al factor hotărâtor în calitatea răspunsului dinamic al întregii structuri, respectiv chitara [3, 6]. În lucrare, autorii și-au propus să analizeze influența

ența: grosimii, lățimii, formei, materialului (densitate, module de elasticitate longitudinale și transversale), structurii plăcilor acustice.

2. MODELAREA CU FEM A PLACILOR ACUSTICE DIN COMPONENTA CHITARELOR

S-a modelat geometric 4 variante de plăci acustice: placa simplă, placa cu bare transversale, placa cu 3 bare de rezonanță și placa cu 5 bare de rezonanță (Figura 1), respectându-se dimensiunile practice la fabrica de instrumente muzicale S.C. Hora S.A. Reghin, România [9]. Pentru discretizarea în elemente finite s-a utilizat elemente de tip shell cu 4 noduri, folosindu-se pachetul Patran Nastran 2004. Pentru analiza dinamica plăcile au fost considerate încastrate pe contur, iar parametrii care s-au variat au fost: modulul de elasticitate longitudinal E , densitatea ρ , grosimea h și numărul și poziția barelor de rezonanță.

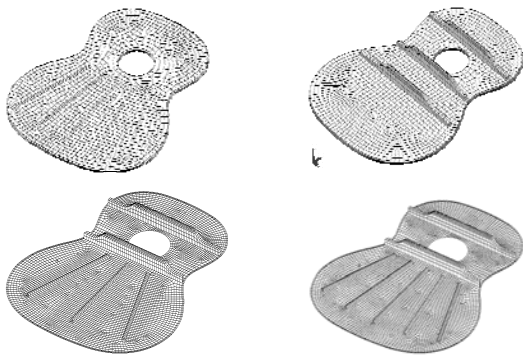


Fig. 1. Modelarea numerică cu elemente finite a variantelor de plăci considerate.

În urma analizei cu FEM s-au obținut numeroase rezultate evidențiate prin figuri și grafice, dintre care: formele modale ale modurilor proprii de vibrații pentru primele 5 moduri (fig. 2), valorile frecvențelor proprii pentru diferite structuri de plăci.

3. MODELAREA ANALITICĂ A STRUCTURILOR DE PLĂCI SUPUSE LA VIBRAȚII LIBERE

Pentru modelarea analitică a plăcilor din structura chitarelor, s-au considerat următoarele ipoteze simplificatoare:

- placa de chitară cu o geometrie nedefinibilă a fost redusă la o placă dreptunghiulară în variantele din

figura 3, cu lungimea L_x ($L_x = 480$ mm), lățimea variabilă L_y ($L_y = 240; 260; 280; \dots 380$ mm), grosimea h ($h = 1.5; 2; 2.5; 3$ mm) [3, 4, 9];

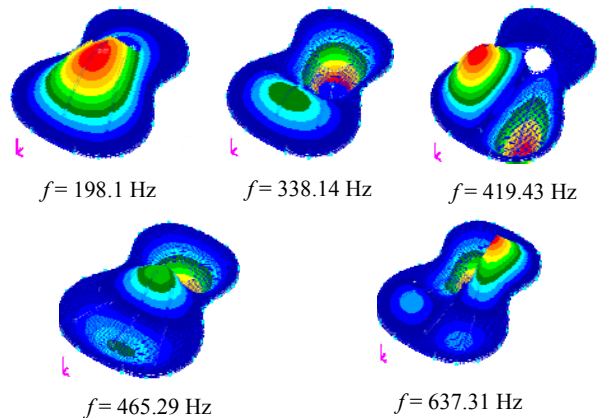


Fig. 2. Formele modale ale vibrațiilor plăcii cu 3 bare, cu modulul de elasticitate $E = 10\ 000$ MPa, grosimea $h = 2.5$ mm și densitatea $\rho = 350$ kg/m³.

- materialul plăcii – compozit lignocelulozic prezintă următoarele caracteristici: densitatea ρ ($\rho = 350; 400; 450; 500$ kg/m³), modulul de elasticitate longitudinal în direcție longitudinală E_x ($E_x = 10000; 12000; 14000$ MPa), modulul de elasticitate longitudinal în direcție radială E_y ($E_y = 5000; 7000; 9000$ MPa), coeficienții lui Poisson $\nu_{xy} = 0.44, \nu_{yx} = 0.028$. Valorile acestor mărimi au fost preluate din literatura de specialitate [2, 3, 4].

- placa se află în vibrație transversală de încovoiere. S-au aplicat ipotezele lui Kirchhoff: secțiunile normale pe suprafața mediană a plăcii rămân normale și după deformație; grosimea plăcii h (omogenă) este constantă și mult mai mică decât celelalte două dimensiuni; placa suferă numai deformații de încovoiere care sunt mult mai mici decât h [5].

S-au luat în calcul modurile proprii pentru $mn = (0,0); (0,1); (1,0); (1,1); (1,2); (2,1); (2,2)$.

Aplicând principiul lui D'Alembert sau o altă metodă energetică și calculând-o pentru materiale anizotrope ortotrope cum este lemnul, se ajunge la relația (1) – [5]:

$$f_{mn} = 0.453h \left[c_x \left(\frac{m+1}{L_x} \right)^2 + c_y \left(\frac{n+1}{L_y} \right)^2 \right] \quad (1)$$

unde: $c_x = \sqrt{\frac{E_x}{\rho(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})}}$ m/s reprezintă viteza de propagare a sunetului în materialul anizotrop pe direcția longitudinală x ;

$c_y = \sqrt{\frac{E_y}{\rho(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})}}$ – viteza de propagare a sunetului în materialul anizotrop pe direcția transversală y .

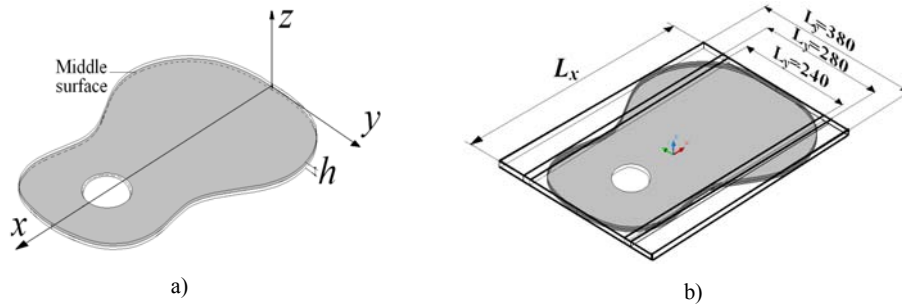


Fig. 3: a – placa acustică; b – variantele de simplificare a geometriei plăcii.

4. REZULTATE

Din figurile 4 și 5 se observă că pentru același modul de elasticitate, viteza de propagare a sunetului în lemn scade cu creșterea densității. Vitezele cresc proporțional cu creșterea modului de elasticitate. La un raport $E_x/E_y = 2$, raportul vitezelor este $c_x/c_y = 1.43$. Pentru determinarea frecvențelor proprii ale plăcii, s-au considerat valorile $c_x = 5543$ m/s, rezultată din varianta $E = 14000$ MPa și $\rho = 450$ kg/m³ și $c_y = 4445$ m/s, dedusă din varianta $E = 9000$ MPa și $\rho = 450$ kg/m³.

Variind lățimea plăcii în intervalele precizate anterior, s-a constatat că frecvența scade cu creșterea lățimii plăcii, indiferent de numărul modului de vibrație. Cu creșterea grosimii plăcii, frecvențele cresc proporțional cu aceasta (fig. 6..9). Din figura 10 se observă că pentru aceeași grosime a plăcii ($h = 2.5$ mm), dar cu lățime variabilă, frecvențele scad cu creșterea lățimii plăcii. Prin creșterea lățimii plăcii, domeniul de frecvențe amplificate se mărește astfel încât să poată fi atinsă frecvența optimă minimă în intervalul 75-82 Hz. Această frecvență se obține și în cazul creșterii grosimii plăcii în corelație cu caracteristicile materialului (fig. 11).

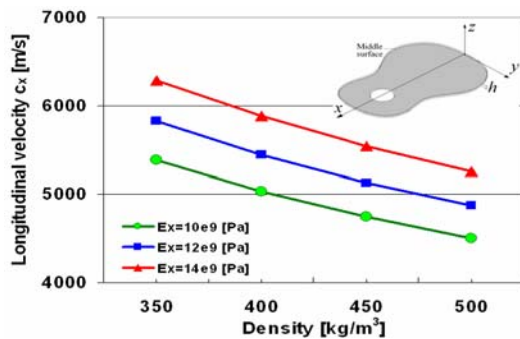


Fig. 4. Variația vitezei de propagare a sunetului în direcție longitudinală cu creșterea densității, pentru diferite module de elasticitate.

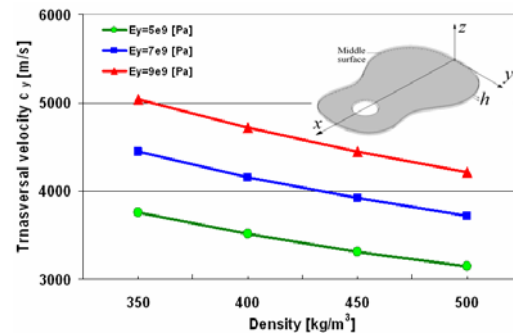


Fig. 5. Variația vitezei de propagare a sunetului în direcție transversală cu creșterea densității, pentru diferite module de elasticitate.

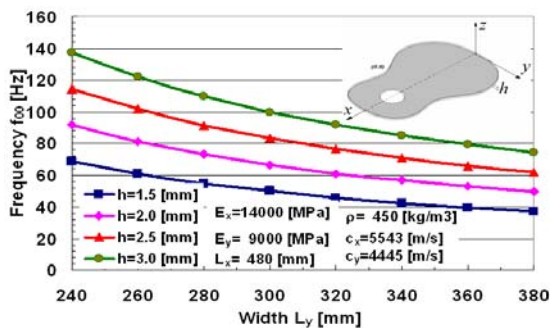


Fig. 6. Variația frecvenței f_{00} în raport cu lățimea plăcii, pentru diferite grosimi.

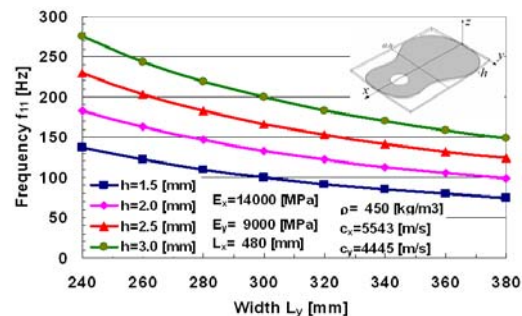


Fig. 7. Variația frecvenței f_{11} în raport cu lățimea plăcii, pentru diferite grosimi.

DETERMINAREA FRECVENȚELOR PROPRII ALE PLĂCILOR LIGNOCELULOZICE

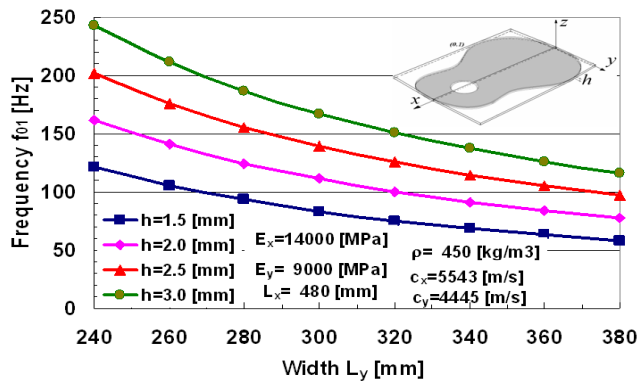


Fig. 8. Variația frecvenței f_{01} în raport cu lățimea plăcii, pentru diferite grosimi.

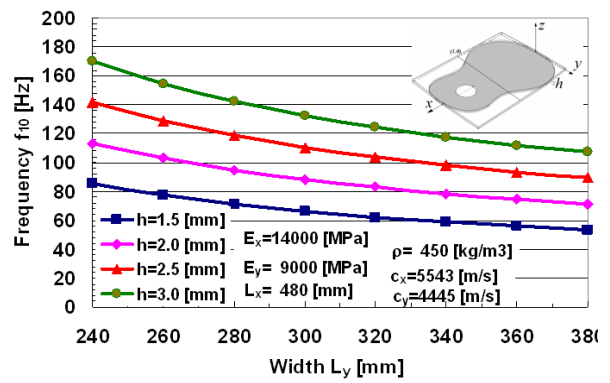


Fig. 9. Variația frecvenței f_{10} în raport cu lățimea plăcii, pentru diferite grosimi.

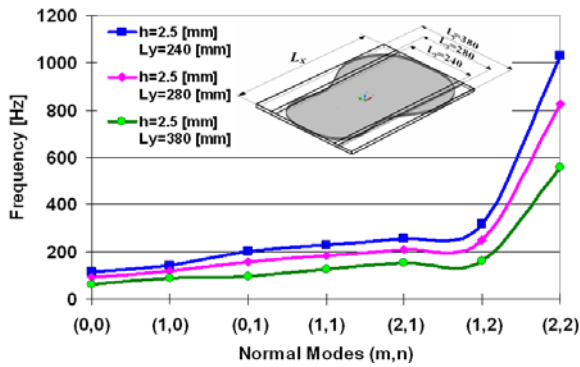


Fig. 10. Variația frecvențelor în raport cu lățimea plăcii, pentru diferite moduri de vibrație.

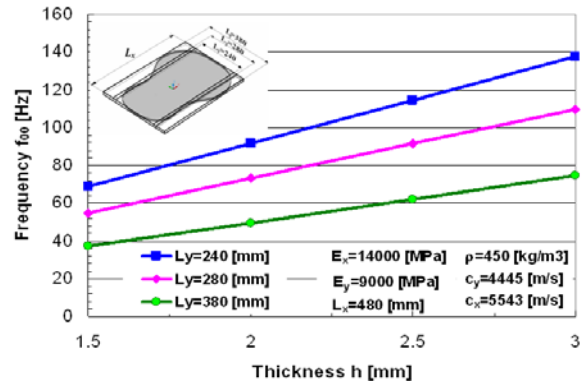


Fig. 11. Variația frecvențelor în raport cu grosimea h a plăcii.

Comparând rezultatele obținute prin metoda elementului finit cu cele analitice așa cum se observă în figura 12, în cazul plăcii simple, se constată că valorile frecvențelor obținute prin metoda analitică sunt mai mici cu aproximativ 40% decât cele obținute cu FEM. Diferențele se datorează pe de o parte ipotezelor luate în calculul analitic, metodei de rezolvare, a

caracteristicilor materialului din punct de vedere al izotropiei/anizotropiei. Din figura 13 se observă că rezultatele obținute sunt relativ similare, diferențele datorându-se fie metodelor diferite de investigare (analitice sau numerice), fie utilizării anumitor ipoteze de calcul, fie introducerii anumitor valori ai parametrilor considerați (E , ρ , h , variante structurale) [1, 7, 8].

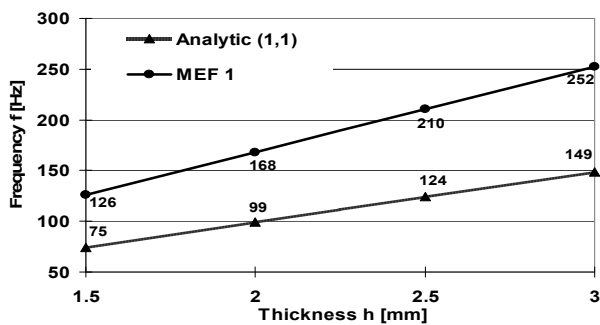


Fig. 12. Comparație între valorile frecvențelor obținute cu FEM și analitic.

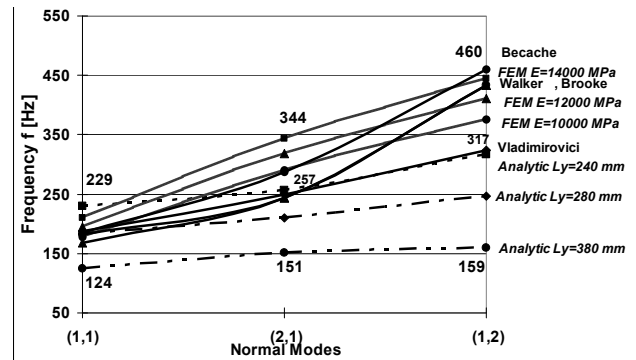


Fig. 13. Comparație între rezultatele obținute de diferiți cercetători în cazul plăcii simple.

5. CONCLUZII

Din investigațiile făcute s-a observat că răspunsul dinamic al plăcilor lignocelulozice compozite depinde de o serie de factori: forma și dimensiunile plăcii, condițiile de contur, structura plăcilor, anizotropia materialului, metoda de investigație abordată. Combinația optimă a acestor factori corelată cu condițiile de utilizare a plăcilor acustice pot contribui la creșterea calității structurii în care plăcile sunt integrate. S-a observat că frecvențele fundamentale sunt determinate de caracteristicile geometrice ale plăcii prin care se propagă unda, respectiv grosime, forma, structura; frecvența de rezonanță la care amplitudinile sunt maxime (220, 240 Hz) aparțin octavei a patra din scara muzicală, respectiv nota la₄ = 220 Hz (în gama naturală și temperată). Este necesar ca lemnul și materialele lignocelulozice din structura plăcilor acustice să prezinte anizotropie ridicată respectiv un raport mare între modulul de elasticitate longitudinal în direcție longitudinală și cel în direcție radială. Obținerea unui câmp acustic cât mai mare al plăcii se realizează la un raport Lățime maximă/distanță cordar-gaură acustică egal cu 1.618 (numărul lui Fibonacci). Studiarea proprietăților dinamice ale plăcilor sonore oferă informații utile privind seria de armonice pe care placa din lemn de rezonanță din componența cutiei acustice a chitarei o adaugă sunetului inițial produs de corzi. Studiarea proprietăților dinamice ale plăcilor sonore oferă informații utile privind seria de armonice pe care placa din lemn de rezonanță din componența cutiei acustice a chitarei o adaugă sunetului inițial produs de corzi. Formele modale ale frecvențelor joase sunt similare pentru diferite structuri de plăci, însă cu creșterea armonicilor superioare, Formele modale devin mai complexe și se diferențiază de la o structură la alta. Forma variată (nedefinibilă geometric) a plăcilor din componența cutiei acustice a chitarei oferă posibilitatea amplificării neselective a unei game largi de frecvențe emise de corzi. Poziția și numărul barelor de rezonanță influențează numărul și frecvențele armonicilor; poziția

fundamentalei pe scara înălțimilor influențează timbrul muzical: fundamentalele din registrul mai grav sunt însoțite de timbruri ample, pătrunzătoare, fapt pentru care structura plăcilor și a cutiei acustice trebuie să asigure amplificarea frecvențelor joase. Materialul plăcii trebuie să asigure transmiterea fidelă a vibrațiilor corzilor pentru a nu altera forma unde sonore;

BIBLIOGRAFIE

- [1] Bécache, E., Chaigne, A., Derveaux, G., Joly, P. *Numerical simulation of a guitar*. In: Computers and Structures 2005.
- [2] Bucur, V. *Acoustic of wood*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2006.
- [3] Cotta, N. *Design and Technology of manufacturing of wood industry products*, Bucharest, Romania, 1983 (in Romanian)
- [4] Curtu, I., Ghelmeziu, N.: *The Mechanics of wood and the wood based materials*. Ed. Tehnică, Bucharest, Romania, 1984 (in Romanian).
- [5] Curtu I., Stanciu Mariana Domnica, Grimberg Raimond, *Correlations between the Plates' Vibrations from the Guitar's Structure and the Physical, Mechanical and Elastically Characteristics of the Composite Materials*, Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on ACOUSTICS & MUSIC: THEORY & APPLICATIONS (AMTA '08) (ISI), ADVANCED TECHNOLOGY for ACOUSTICS & MUSIC, Bucharest, Romania, June 24-26, 2008, ISBN: 978-960-6766-74-9, ISSN 1790-5095.
- [6] Rossing, T., Fletcher, N. *Principle of Vibration and Sound*, econd edition. Springer Science, New York, 2004
- [7] Stanciu, Mariana, Curtu, I., Itu, C., Grimberg, R. *Dynamical Analysis with Finite Element Method of the Acoustic Plates as Constituents of the Guitar*, ProLigno, Vol. 4, No. 1, March 2008, pp. 41-52.
- [8] Stanciu Mariana D., Curtu I. *Dynamical Analysis of Ligno-Cellulose Plates with Numerical and Analytical Methods*, In Proceedings of 7th Scientific/Research Symposium with International Participation: Metallic and Nonmetallic Materials MNM2008, Zenica 22-23 May 2008 (Bosnia Herțegovina), p. 551-556 pe CD, ISBN: 978-9958-785-10-8, in Book of Abstract p. 134.
- [9] Vladimirovici, S. *The Computational Method of The Musical Instruments Body Parts*. PhD Thesis, The State Thechnical University of Marii, Russian Federation, 2004 (in Russian)
- [10] Wright, H. *The Acoustics and psychoacoustics of the guitar*. PhD Thesis, University of Wales, 1996.