

ASPECTE PRIVIND OPTIMIZAREA SEMAFORIZĂRII ÎN INTERSECȚIILE IZOLATE

As.ing. Mircea ROȘCA, As.ing. Oana DINU

Universitatea „Politehnica din București“, Facultatea de Transporturi

REZUMAT. Lucrarea analizează patru metode de alocare a duratelor de verde diferite pentru combinații de mișcări ale traficului de autovehicule pentru optimizarea semaforizării într-o intersecție izolată. Două dintre acestea sunt formulate în mod explicit printr-o funcție de optimizare - întârzierea minimă la nivelul intersecției și suma minimă a gradelor de saturație corespunzătoare direcțiilor ce acced în intersecție (ambele asociate cu un optim social), iar celelalte două impun anumite condiții - întârziere egală între utilizatorii (echitate) și grade de saturație egale ale mișcărilor critice corespunzătoare fazelor de semaforizare. Prin utilizarea unor metode uzuale bazate pe raportul debit/capacitate de servire al mișcărilor critice, precum și pe cele care iau în considerare întârzierile mișcărilor individuale prin intersecție se studiază dependența funcțiilor obiectiv de mărimea duratelor de verde și a modulului în care se obține valoarea optimă a acestor funcții.

Cuvinte cheie: intersecție izolată, alocare durate de verde, mișcare critică.

ABSTRACT. This paper analyzes traffic signal timing optimization in an isolated intersection through four methods of green times allocation for various combinations of vehicles traffic movements. Two of these methods are specifically stated to an optimization function - minimum delay across intersections and minimum sum of saturation degrees corresponding to the arms that accede to the intersection (both associated with a social optimal), and the other two impose certain conditions - equal delay between users (equity) and equal saturation degrees of the critical movements corresponding to traffic signals. Through the use of common methods based on flow to capacity ratio of critical movements, and those that take into account individual movements delays through intersection, we study objective functions dependence on the green times signals and also the way in which is achieved the optimal value of these functions.

Keywords: isolated intersection, allocation green times, critical movement.

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Controlul traficului rutier în orașe se realizează în principal prin intermediul semafoarelor electrice care stabilesc și alternează permisiunea de circulație pe diferite căi de acces în intersecție. Pentru optimizarea circulației într-o intersecție este necesară reducerea numărului de puncte de conflict între vehicule și între acestea și pietoni. Acest obiectiv poate fi atins în diferite moduri și aplicarea unor metode specifice impune consecințe diferite în ceea ce privește capacitatea intersecției, întârzierea sau poluarea mediului. În acest sens, problema principală a inginerului de trafic constă în alegerea momentului și a ordinii de pătrundere a fluxurilor în intersecție cu consecințe nedorite reduse, precum întârziere, număr de opriri sau poluare.

În urma primelor studii întreprinse asupra intersecțiilor izolate cu program de semaforizare rigid, Webster [1] a demonstrat atât teoretic, cât și experimental, că pentru minimizarea întârzierii totale în

intersecție, duratele fazelor critice trebuie alese ținând seama de egalizarea gradelor de saturație corespunzătoare.

În cazul intersecțiilor izolate cu program de semaforizare rigid se pot aplica strategii bazate pe faze sau pe stagii. Prin fază de circulație se înțelege o mișcare particulară a traficului sau un grup de mișcări de trafic neconflictuale (mișcări protejate) sau conflictuale (mișcări permissive) care primesc simultan indicația de „verde”. Dat fiind ansamblul mișcărilor posibile într-o intersecție, un stagiou reprezintă o atribuire fixă de indicații roșu sau verde pentru fiecare din mișcări pe o perioadă de timp.

Ciclul de funcționare al semafoarelor este definit ca intervalul de timp dintre două apariții succesive ale aceleiași indicații ale semaforului electric. Simplificat, durata ciclului este formată din durata de verde efectiv și durata de roșu efectiv. Durata de verde efectiv T_{Vef} corespunde deplasării autovehiculelor la debitul de saturație s . În figura 1 sunt evidențiate indicațiile semaforului electric corespunzătoare unei

direcții și durata pierdută la demarare t_{p1} , durata pierdută pentru degajarea intersecției pentru evitarea oricărei posibilități de conflict a vehiculelor care au intrat și trebuie să evacueze intersecția pe durata fazei respective, cu vehiculele care vor intra în intersecție odată cu schimbarea fazei t_{p2} și prelungirea efectului timpului de verde în domeniul celui galben e . Astfel, durata totală pierdută T_p pe durata unui ciclu este $T_p = t_{p1} + t_{p2}$

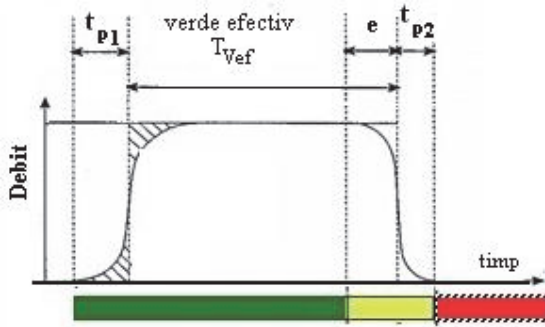


Fig. 1. Admisia autovehiculelor într-o intersecție semaforizată.

Strategiile bazate pe faze determină alocarea optimă a acestora și durata ciclului de semaforizare pentru a minimiza întârzierea totală sau a maximiza capacitatea intersecției. Aceste strategii au fost implementate inițial în programele pe calculator SIGSET [2] și SIGCAP [3] de către Allsop.

Pentru m faze fixate, aceste programe determină alocarea duratelor de verde $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ și durata ciclului C . Prin definiție

$$\lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_m = 1 \quad (1)$$

unde, $\lambda_0 = T_p / C$ și $\lambda_i = T_{Vef,i} / C$, $i \geq 1$.

Durata ciclului de semaforizare este:

$$C = \sum_{i=1}^n T_{Vef,i} + T_p \quad (2)$$

$$\text{sau} \quad \sum_{i=1}^n T_{Vef,i} = C - T_p \quad (3)$$

Astfel, se obține:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = \frac{\sum_{i=1}^n T_{Vef,i}}{C} = 1 - \frac{T_p}{C} \quad (4)$$

Pentru evitarea formării șirurilor de așteptare pe căile de acces în intersecție, trebuie ca cererile de

trafic să fie servite adecvat pe durata ciclului de semaforizare, adică satisfăcută inegalitatea:

$$s_j \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} \lambda_i \geq q_j \quad (5)$$

unde s_j , q_j reprezintă debitul de saturatie, respectiv cererea de trafic corespunzătoare benzii de circulație j (veh.etalon/h);

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{dacă fluxul de circulație } j \text{ are dreptul} \\ & \text{de trecere prin intersecție în faza } i \\ 0, & \text{în caz contrar} \end{cases}$$

Dacă $y_i = q_i / s_i$ este gradul de solicitare corespunzător grupului de benzi de circulație i , atunci relația (5) devine

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (6)$$

Dată fiind relația (4), inegalitatea (6) determină domeniul admisibil pentru variația parametrilor λ_i . De asemenea, aceste relații fixează valoarea minimă a duratei ciclului de semaforizare:

$$C_{\min} = \frac{T_p}{1 - \sum_{i=1}^n y_i} \quad (7)$$

Programul SIGSET rezolvă o problemă de programare neliniară pentru a minimiza întârzierea totală în intersecție utilizând expresia lui Webster. Pe de altă parte, SIGCAP poate fi utilizat pentru a maximiza capacitatea intersecției. Astfel, se presupune că cererea reală de trafic nu este q_j ca în relația 5, ci este înlocuită cu $\mu \cdot q_j$ unde $\mu \geq 1$ și se maximizează μ cu aceleași restricții ca pentru SIGSET [4].

Strategiile bazate pe stagii [5] determină nu doar alocarea optimă a fazelor și a duratei ciclului, ci și structura și succesiunea optimă a fazelor cu scopul de a minimiza întârzierea totală sau de a maximiza capacitatea intersecției.

În lucrare sunt analizate patru metode de alocare a duratelor de verde diferitelor combinații de mișcări ale traficului de autovehicule pentru optimizarea semaforizării într-o intersecție izolată. Două metode dintre cele analizate sunt legate în mod explicit de o funcție de optimizare - întârzierea minimă la nivelul întregii intersecții și suma minimă a gradelor de saturatie corespunzătoare direcțiilor ce acced în intersecție (ambele asigurând condiții de optim social).

Celelalte două metode analizate impun anumite condiții: întârziere egală între utilizatorii (echitate) și grade de saturație egale ale mișcărilor critice corespunzătoare fazelor de semaforizare. Folosind metode uzuale bazate pe raportul debit/capacitate de servire q/c al mișcărilor critice, precum și pe cele care iau în considerare întârzierile mișcărilor individuale prin intersecție se studiază dependența funcțiilor obiectiv de mărimea duratelor de verde și a modului în care acestea pot atinge o valoare optimală.

În continuare, pentru compararea acestor metode este considerat cazul simplificat al unei intersecții între două direcții de circulație a autovehiculelor. Intersecția semaforizată are două faze de circulație fiind permisă doar trecerea înainte a autovehiculelor.

2. METODE DE ALOCARE A DURATEI DE VERDE

Egalizarea gradelor de saturație ale mișcărilor critice. În cazul intersecției a două fluxuri de trafic, condiția de egalizare a gradelor de saturație ale mișcărilor critice corespunzătoare fazelor de semaforizare $x_i = x_j$ devine:

$$\frac{q_i}{s_i \lambda_i} = \frac{q_j}{s_j \lambda_j} \quad (8)$$

unde: $x_i = q_i/c_i$ este gradul de saturație al benzi de circulație i (veh.etalon/h); $c_i = s_i T_{Vef,i}/C$ – capacitatea de servire a benzi de circulație i pe durata fazei de verde alocată (veh.etalon/h)

Dacă presupunem că debitele de saturație pe cele două direcții este același ($s_k = s_l$) atunci:

$$\lambda_i/\lambda_j = y_i/y_j \quad (9)$$

Înlocuind în (8) expresia (4), se obține o primă relație între duratele de verde ale fazelor ciclului de semaforizare:

$$\lambda_i = \frac{y_i}{\sum y_i} \left(1 - \frac{T_p}{C}\right) \quad (10)$$

În cazul intersecției a două fluxuri de trafic, dintre care unul este dominant în raport cu celălalt, se poate alocă durata minimă de verde drumului secundar și atribuirea duratei de verde rămasă drumului principal. Aceasta presupune ca gradul de saturație pentru drumul secundar să fie $x_2 = 1$.

Se obține:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 - \frac{T_p}{C} - \lambda_2 \\ \lambda_2 &= y_2 \end{aligned} \quad (11)$$

Această metodă de alocare a duratelor de verde prin egalizarea gradelor de saturație ale mișcărilor critice este ușor de implementat.

Minimizarea duratei medii de așteptare a autovehiculelor care tranzitează intersecția. Durata medie de așteptare corespunzătoare autovehiculelor care trec prin intersecție este:

$$d = \frac{\sum d_i q_i}{\sum q_i} \quad (12)$$

Prima relație aproximativă pentru determinarea întârzierii medii a unui autovehicul într-o intersecție semaforizată a fost obținută de Webster [1] printr-o îmbinare de abordări teoretice și simulare numerică.

$$\begin{aligned} d_i &= \frac{C(1-\lambda_i)^2}{2(1-\lambda_i x_i)} + \frac{x_i^2}{2q_i(1-x_i)} - \\ &- 0,65 \left(\frac{C}{q_i^2}\right)^{1/3} x_i^{2+5\lambda_i} \end{aligned} \quad (13)$$

unde: d_i este durata medie de așteptare a unui autovehicul etalon (s/veh.etalon); C – durata ciclului de semaforizare (s); q_i – debitul sosirilor autovehiculelor pe banda de circulație i (veh.etalon/h); λ_i – proporția duratei efective de verde corespunzătoare fazei i din ciclul de semaforizare; x_i – gradul de saturație corespunzător direcției j în faza i .

Primul termen al expresiei (13) este componenta deterministă a duratei de așteptare. Cel de-al doilea reprezintă componenta aleatoare a duratei de așteptare. Ultimul termen este un factor de corecție care se bazează pe rezultate ale unor simulări și reprezintă 10% din suma primilor doi termeni.

Astfel,

$$d_i = 0,90 \left(\frac{C(1-\lambda_i)^2}{2(1-\lambda_i x_i)} + \frac{x_i^2}{2q_i(1-x_i)} \right) \quad (14)$$

În Highway Capacity Manual (HCM) (TRB, 2000) se estimează durata medie de așteptare prin:

$$d_i = k_f d_1 + d_2 + d_3 \quad (15)$$

$$d_1 = \frac{C}{2} \frac{(1-g_i/C)^2}{1 - \min(1, x_i) T_{Vef,i}/C}, \quad (16)$$

$$d_2 = 900T[(x_i - 1) + \sqrt{(x_i - 1)^2 + \frac{8kIx}{cT}}], \quad (17)$$

$$k_f = \frac{(1 - q_v / q) f_p}{1 - T_{vef,i} / C}, \quad (18)$$

unde: d_j este durata medie de așteptare a unui autovehicul echivalent (s/veh.etalon); d_1 – componenta deterministă a duratei de așteptare (s/veh.etalon); d_2 – componenta aleatoare a duratei de așteptare care are în vedere apariția cozilor pentru o anumită perioadă (s/veh.etalon); d_3 – componenta reziduală, care ține seamă de o eventuală congestie, anterioară perioadei de analiză (s/veh.etalon); k_f – factor de ajustare pentru sistemele de trafic coordonate; k – factor de incrementare care ține cont de tipul semaforului (0,5 pentru intersecțiile izolate); I – factor de ajustare care ține cont de intersecțiile din amonte (1 pentru intersecțiile izolate); T – durata de analiza (evaluare) (h); q_v – mărimea fluxului pe perioada coresp. fazei de verde (veh.etalon/h); q – mărimea fluxului sosirilor (veh.etalon/h); f_p – factor de ajustare pentru sosirile în pluton, pe perioada fazei verzi.

Pentru minimizarea duratei de așteptare (12) trebuie să avem în vedere că urmărim determinarea valorilor optime ale timpilor de verde ($\lambda_1, \lambda_2, \dots$) ce corespund diverselor solicitări (y_1, y_2, \dots). Astfel că în expresiile date mai sus pentru d_i gradele de saturație x_i și debitele q_i trebuie văzute ca funcții de variabilele relevante: $x_i \rightarrow y_i / \lambda_i$, $q_i \rightarrow y_i s_i$.

Ca urmare, spre exemplu, d_i dat de (13) ca funcție de λ_i, y_i devine:

$$d_i = d_i(\lambda_i, y_i) = 0,9 \left(\frac{C(1 - \lambda_i)^2}{2(1 - y_i)} + \frac{y_i}{2s_i(\lambda_i - y_i)\lambda_i} \right) \quad (19)$$

În cazul intersecției a două fluxuri de autovehicule, având în vedere relația (4), funcția de minimizat (12) devine

$$d = \frac{s_1 y_1}{s_1 y_1 + s_2 y_2} d_1(\lambda_1, y_1) + \frac{s_2 y_2}{s_1 y_1 + s_2 y_2} d_1(1 - \lambda_1 - T_p / C, y_2) \quad (20)$$

Valoarea lui λ_1 care realizează minimul duratei medii de așteptare a autovehiculelor se obține prin anularea derivatei parțiale în raport cu λ_1 .

Durată medie de așteptare egală între utilizatori (echitate). Alocarea duratelor de verde corespunzător gradelor de saturație ale mișcărilor critice propusă inițial de Webster poate conduce întârzieri foarte

mari pe direcțiile cu volum de trafic redus. Stabilirea unor durate de verde care au ca efect o durată medie de așteptare egală între utilizatori presupune satisfacerea șirului de ecuații:

$$d_1 = d_2 = \dots = d_i = \dots \quad (21)$$

unde d_i este, ca mai sus, durata medie de așteptare a unui autovehicul echivalent (s/veh. etalon.) pe direcția i . Desigur, durata medie de așteptare trebuie exprimată în funcție de variabilele relevante, i.e. $d_i = d_i(\lambda_i, y_i)$.

În cazul unei semaforizări cu două faze avem de rezolvat o singură ecuație:

$$d_1(\lambda_1, y_1) = d_2(1 - \lambda_1 - T_p / C, y_2) \quad (22)$$

care determină pe λ_1 și apoi pe $\lambda_2 = 1 - \lambda_1 - T_p / C$ (la solicitări fixate (y_1, y_2)). În secțiunea 3 se determină numeric (λ_1, λ_2) și este evidențiată dependența lor de (y_1, y_2).

De asemenea, se poate stabili o valoare limită (prag) a duratei medii de așteptare care să nu fie depășită pentru direcția cu volum de trafic scăzut și alegerea în concordanță a duratelor de verde.

Minimizarea sumei gradelor de saturație. Metodă propusă în acest articol pentru alegerea valorilor (λ_1, λ_2) constă în minimizarea sumei gradelor de saturație (23) pe direcțiile care acced în intersecție .

$$\min \sum x_i \quad (23)$$

În cazul unei semaforizări cu două faze și în variabilele relevante, relația anterioară devine:

$$\min \left(\frac{y_1}{\lambda_1} + \frac{y_2}{\lambda_2} \right) \quad (24)$$

$$\text{sau } \min \left(\frac{y_1}{\lambda_1} + \frac{y_2}{1 - \lambda_1 - T_p / C} \right) \quad (25)$$

Derivarea sumei gradelor de saturație (relația 25) în raport cu λ_1 stabilește relația de dependență între λ_1 și λ_2 .

$$-\frac{y_1}{\lambda_1^2} + \frac{y_2}{(1 - \lambda_1 - T_p / C)^2} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{y_1}{y_2}} \quad (27)$$

Relațiile (26), (27) și (4) permit partajarea duratei ciclului fazelor de semaforizare conform cu minimizarea sumei gradelor de saturație.

3. EXEMPLU NUMERIC

Comparația între metodele prezentate pentru stabilirea duratei de verde între fazele de semaforizare este evidențiată pentru o intersecție (fig. 2) între două direcții cu două faze, durata ciclului $C = 60$ s, timpul pierdut pe durata unui ciclu $T_p = 8$ s, grad de solicitare $Y = 0,7$.

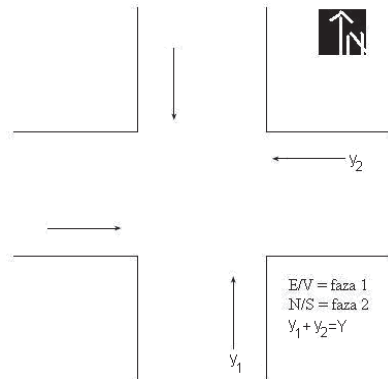


Fig. 2. Intersecție ortogonală cu două faze de semaforizare.

Durata optimă a ciclului de semaforizare [1] este:

$$C_{opt} = \frac{1,5T_p + 5}{1 - Y} = 57s \quad (28)$$

Astfel, durata ciclului a fost luată aproape de valoarea optimă și s-a considerat că cele două direcții N/S, E/V au aceleași debit de saturatie, i.e. $s_1 = s_2 = 0,5$ aveh/s.

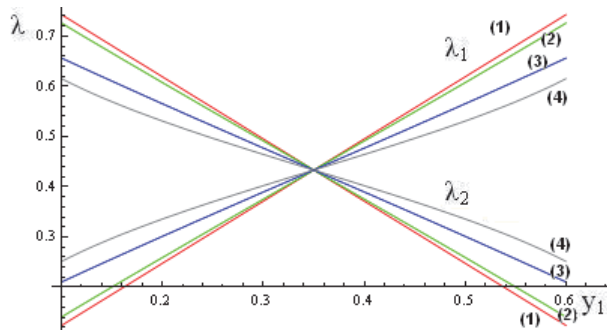


Fig. 4. Dependența λ_1 / λ_2 în raport cu λ_1 pentru metodele prezentate:

(1) $x_i = x_j$; (2) $\min d_i$; (3) $d_i = d_j$; (4) $\min \sum x_j$.

În aceste condiții s-a determinat numeric λ_1 și ca urmare $\lambda_2 = 1 - \lambda_1 - T_p/C$ pentru grade de solicitare $y_1 \in [0, 2, 0, 7]$ și pentru toate cele patru cazuri, graficele corespunzătoare sunt trasate în fig. 3 cu ajutorul software-ului matematic Mathematica 8.

Deoarece pentru cele două artere s-au presupus aceleași caracteristici ($s_1 = s_2$) rezultă că indiferent de metodă la solicitări egale $y_1 = y_2$ avem $\lambda_1 = \lambda_2$ (în cazul nostru 0,35 respectiv 0,4), acest lucru se observă atât în figura 3 cât și în figura 4.

De asemenea, este de remarcat că în figura 3, $\lambda_{1,2}$ par a depinde liniar de y_1 pentru toate cele patru metode. Pentru prima metodă (egalizarea gradelor de saturatie) avem dependență liniară datorită relației (10).

În cazul metodei introduse de noi (minimizarea gradului de saturatie al intersecției $x_1 + x_2$), aparența de dependență liniară se datorează faptului că aproximația liniară a lui $\lambda_1(y_1)$ în jurul punctului $y_1 = y_2 = Y/2$ este foarte bună. Într-adevăr din ecuația (27) avem:

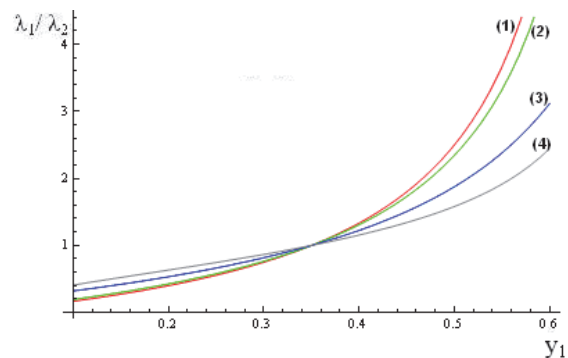
$$\lambda_1(y_1) = (1 - T_p/C) \frac{\sqrt{y_1}}{\sqrt{y_1} + \sqrt{Y - y_1}} \quad (29)$$

care dezvoltată în jurul lui $Y/2$ conduce la

$$\lambda_1(y_1) = 1/2(1 - T_p/C) \left[1 + \frac{y_1 - Y/2}{Y} + \frac{1}{Y^3} (y_1 - Y/2)^3 + \dots \right] \quad (30)$$

Fig. 3. Dependența λ_1 și λ_2 în raport cu gradul de solicitare de pe o direcție pentru metodele prezentate:

(1) $x_i = x_j$; (2) $\min d_i$; (3) $d_i = d_j$; (4) $\min \sum x_j$.



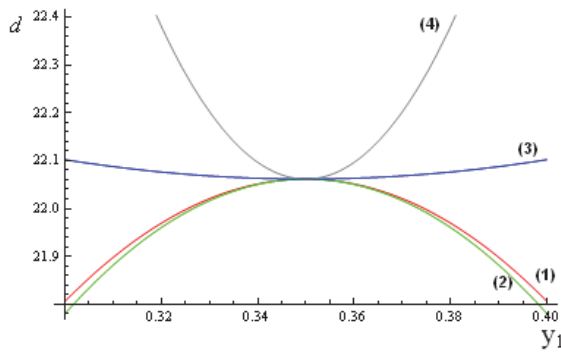


Fig. 5. Durata medie în raport cu gradul de solicitare pe o direcție:
 $x_i = x_j$; (2) $\min d$; (3) $d_i = d_j$; (4) $\min \sum x_i$.

Absența termenului pătratic face ca aproximația liniară să fie foarte bună, în cazul nostru aceasta este $\lambda_{lin}(y_1) = 0,43 + 0,619(y_1 - 0,35)$ și evaluarea numerică arată că diferă de valoarea exactă cu mai puțin de .0005 pe întreg intervalul [0.2,0.7]. Pentru comportarea liniară în cazul celorlalte două metode nu avem încă o explicație.

Pentru a vedea asimetria (λ_1, λ_2) , în figura 4 s-a reprezentat raportul λ_1/λ_2 ca funcție de λ_1 , se vede că avem aceeași comportare și chiar valori apropiate pentru toate cele patru metode.

Deoarece durata de așteptare este mărimea cea mai importantă pentru participanții la trafic, aceasta a fost reprezentată în fig. 5 pentru toate cele patru metode. Desigur cele mai mici valori sunt obținute în cazul celei de a doua metode (minimizarea duratei medii de așteptare), valori foarte apropiate de acestea și cu aceeași alură se obțin cu prima metoda (egalizarea gradelor de saturație).

Celelalte două metode dau rezultate mai slabe, dar pentru solicitări cuprinse în intervalul [0.3,0.4] toate cele patru metode dau valori cuprinse între 21,7s și 22,8s, adică practic aceleași. Chiar pentru solicitări mici (sau mari), exceptând metoda a treia (egalitatea timpilor de așteptare, echitate), celelalte metode dau valori apropiate. Considerăm că prima metoda este preferabilă celorlalte deoarece oferă valori foarte apropiate de metoda a doua și este ușor de aplicat.

4. CONCLUZII

Nevoile de mobilitate ale ansamblului activităților socio-economice dintr-un teritoriu conduc la fluxuri de transport și de trafic pe rețelele infrastructurii de transport (Raicu, 2007). Spre deosebire de zonele urbane nou construite, în care optimizarea circulației poate fi avută în vedere încă din faza de proiectare, în zonele urbane vechi (de regula centrale) infrastructura existentă limitează drastic măsurile ce pot fi luate pentru ameliorarea traficului. În fapt, cu mici excepții,

sunt accesibile numai măsuri ce vizează controlul traficului. O verigă esențială a acestuia este optimizarea semaforizării intersecțiilor în ceea ce privește durata ciclului și a alocării duratelor de verde diferitelor mișcări sau combinații de mișcări ale traficului de autovehicule de pe o cale de acces în intersecție.

Comparația făcută între diversele metode de a alocă timpul de verde într-o intersecție în regim nesaturat arată că nu există o metodă care să dea rezultate net mai bune, dar prima metoda (egalizarea gradelor de saturație) este ușor de implementat și dă rezultate foarte apropiate de a doua metodă (minimizarea duratei de așteptare) care este de preferat corespunzând unui optim social și având o semnificație directă pentru participanții la trafic. Ca urmare a celor de mai sus, parametrii de trafic nu pot fi sensibil îmbunătățiți prin acțiunea asupra semaforizării intersecției ca unitate izolată. Amplasarea senzorilor pentru detecția autovehiculelor pentru optimizarea semaforizării în timp real poate aduce o îmbunătățire a parametrilor de trafic, dar numai un program de coordonare a acestora ar conduce la folosirea optimă a intersecției foarte aproape de gradul de saturație.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Webster, F.V. and Cobbe, B. M., *Traffic Signals*, Road Research Technical Paper No. 56. HMSO London UK, 1996.
- [2] Allsop, R. B., *SIGSET: A computer program for calculating traffic capacity of signal controlled road junctions*, Traffic Engineering & Control, 1971, vol. 12, pp. 58-60.
- [3] Allsop, R. B., *SIGCAP: A computer program for assessing the traffic capacity of signal controlled road junctions*, Traffic Engineering & Control, 1976, vol. 17, pp.338-341.
- [4] Papageorgiou, M., *Traffic Control*, in Handbook of Transportation Science, R.W. Hall, Editor, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999, pp. 233-267; Second Edition, 2002, pp. 243-277.
- [5] Improta G., Cantarella, G. E., *Control systems design for an individual signalized junction*, Transportation Research B, 1984, vol. 18, pp. 147-167.
- [6] Transportation Research Board, *Highway Capacity Manual*, National Research Council, Washington D.C., 2000
- [7] Mathematica 8 software, [Wolfram Research](http://www.wolfram.com), 2010.
- [8] Raicu, Șerban, *Sisteme de Transport*, Ed. AGIR, 2007.