

TEORIA MATEMATICĂ A MULȚIMILOR GENERATOARE DE SCĂRI MUZICALE – MODURI DE INTERSECȚIE

Conf. univ. dr. **Mariana FRĂȚILĂ**

Universitatea „Ovidius” din Constanța, Facultatea de Arte

REZUMAT. În căutările compozitorilor de a găsi noi mijloace originale pentru a traduce în limbaj muzical idei și sentimente, sistemele de intonație deduse din raporturi matematice au preocupat muzicienii secolului XX. Astfel, pentru a se putea face operațiuni prin teoria mulțimilor, scările muzicale reprezintă moduri, iar structurile modale sunt concretizate prin chiar discursul melodic și armonic.

Cuvinte cheie: muzică, matematică, mulțimi, structuri de intersecție.

ABSTRACT. In searches composers to find new means to translate original language in musical ideas and feelings, the systems for intonation deducted from mathematical ratios were concerned about XX-century musicians. Thus, in order to be able to do operations through crowds theory, scales represents music modes, structures are even modal melody and harmony.

Keywords: music, mathematics, mobs, structures of intersection.

1. INTRODUCERE

Din cele mai vechi timpuri oamenii au tradus prin artă cele mai subtile trăiri și sentimente, iar muzica și-a câștigat un loc binemeritat în conștiința colectivă, însoțind cele mai diferite ocazii de viață. În funcție de perioada istorică, de coordonatele stilistice și de zona culturală, muzicologia distinge modalitățile de organizare sonoră care generează o anumită muzică, acestea fiind încadrabile în diferite *sisteme de intonație*.

2. SISTEME MUZICALE DE INTONAȚIE

Orice melodie cuprinde în sine un anumit mod de organizare a sunetelor, în conformitate cu apartenența acestuia la unul din sistemele sonore deja consacrate de teoreticieni – modal, tonal și atonal. În configurația melodiei (și a armoniei care o însoțește) sunt identificate unele formule, cadențe, principii de construcție specifice care dau individualitate fiecărui sistem de intonație în parte.

În totalitatea lor, aceste sisteme sunt redată schematic prin scările muzicale care cuprind toate sunetele existente ale unei entități muzicale. Acestea pot fi *moduri* – specifice sistemului modal sau *tonalități* – specifice sistemului tonal.

Relațiile ce se stabilesc între sunetele fiecărui sistem sunt:

– relații de dependență față de un centru sonor inițial, polarizator;

– relații de independență a sunetelor față de un centru sonor.

În acest context, relațiile de dependență creează o anumită ierarhizare a sunetelor, iar funcțiile pe care acestea le au generează sistemul de intonație numit *sistem funcțional*.

Sunetul considerat centrul polarizator – numit *tonică* – este cel spre care converg toate celelalte sunete ale sistemului, acestea având „o circulație melodico-armonică dependentă întotdeauna de tonică, asemănătoare cu aceea dintr-o constelație de tip solar, realizând în acest fel *relații de pondabilitate funcțională*.”[2]

Sunt considerate sisteme funcționale oligocordiile, pantatoniile, pentacordiile, hexacordiile, heptacordiile și sistemele mai mari de 8, 9, 10, 11 s. a., sunete.

În această categorie includem sistemul tonal, *tonalitatea* fiind însuși fenomenul de interdependență și gravitație funcțională.[3] După opinia lui Dragoș Alexandrescu „tonalitatea este un sistem de organizare a înălțimii sunetelor, alcătuit din funcții melodice și armonice interdependente, care gravitează spre un centru funcțional denumit tonică și reprezentat printr-un sunet pe care se construiește un acord major sau minor”. [3]

Relațiile de independență a sunetelor, prin care fiecare sunet este autonom, fără a exista o ierarhizare generează *sistemele non-funcționale*. Prin inexistența

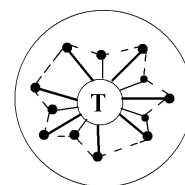


Fig. 1

TEORIA MATEMATICĂ A MULȚIMILOR GENERATOARE DE SCĂRI MUZICALE

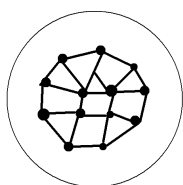


Fig. 2

raportării la un centru polarizator, sunetele au o mișcare liberă și realizează *relații de imponderabilitate funcțională*. Sunt considerate sisteme non-funcționale sistemele hexatonice, dodecafonice, seriale.

În creația secolului XX se constată o lărgire a conceptului de tonalitate, astfel că pot fi sisteme cu două sau mai multe centre tonale:

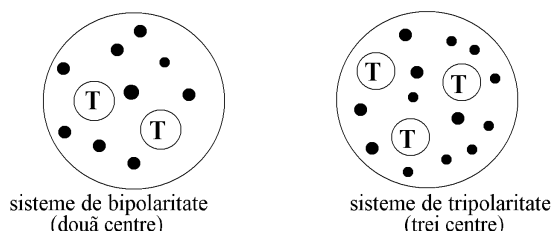


Fig. 3

O situație deosebită apare când sisteme de ponderabilitate funcțională *se intersectează* cu cele de imponderabilitate funcțională (atonale):

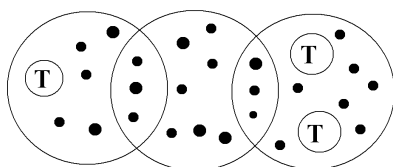


Fig. 4

Sistemele intonaționale de diferite structuri pot coexista – cele cu caracter arhaic, formate din sunete puține, pot constitui o sursă de inspirație pentru compozitorii contemporani, ajungând la limbaje de o mare expresivitate. De asemenea, în aceeași lucrare muzicală pot fi întâlnite relații de tip modal și cele de tip tonal, acestea *intersectându-se* uneori. Aceste tehnici sunt utilizate de compozitori pentru obținerea unor sonorități ce dau un anumit sens intențiilor creatoare.

3. SISTEMUL TEMPERAT

De-a lungul istoriei, muzica a cunoscut o serie de transformări care au vizat și aspectele legate de intonația sunetelor. În sec. XVI-XVII datorită perfecționării instrumentelor cu sunete fixe (orga și clavecinul) s-a convenit ca în cadrul octavei – intervalul de referință – să se recurgă la împărțirea în 12 semitonuri egale. Acest sistem a devenit *sistemul temperat de intonație*, în care orice sunet și orice interval pot face parte din orice tonalitate.

Prin adoptarea acestuia, devine posibilă, printre altele, *modulația* sau *trecerea dintr-o tonalitate în alta* în cadrul aceleiași lucrări muzicale.

Împărțind octava în 12 părți egale - semitonuri, se obțin (prin adunarea acestora) 12 intervale, ce au ca unitate de măsură semitonul:

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 0 – unisonul | 7 – cvinta perfectă |
| 1 – semitonul | 8 – sexta mică |
| 2 – tonul | 9 – sexta mare |
| 3 – terța mică | 10 – septima mică |
| 4 – terța mare | 11 – septima mare |
| 5 – cvarta perfectă | 12 – octava perfectă |
| 6 – cvarta mărită | |

Astfel, sunetele cuprinse în intervalul de octavă pot fi asociate numerelor întregi:



Fig. 5

În cartea sa intitulată *Cartea Modurilor*, Anatol Vieru descrie *structura de grup algebric* a sistemului temperat astfel: „Sistemul temperat este izomorf cu mulțimea numerelor întregi. În mulțimea numerelor întregi fiecare element aparține unei clase de resturi. Mulțimea claselor de resturi modulo 12 are proprietăți de grup algebric. Ea admite o operațiune internă peste tot definită: *adunarea*. Rezultatul adunării a două elemente este el însuși un element al acestei mulțimi” [4].

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8
10	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Fig. 6

Astfel, rezultatul adunării a două elemente este la intersecția dintre linia și coloana numerelor respective: $5 + 8 = 1$ deoarece cvarta perfectă + sexta mică = nona mică (ce devine prin răsturnare 1 semiton).

Proprietățile operațiunii aditive [4] sunt: *asocativitatea*: $(a + b) + c = a + (b + c)$ și *comutativitatea*: $a + b = b + a$.

Elementul neutru 0 (zero) poate fi adunat cu orice element fără să îi schimbe cantitatea. În muzică acesta este *unisonul* (se obține prin repetarea aceluiași sunet).

De asemenea, fiecare element are câte un altul simetric, iar suma celor două elemente simetrice este zero:

$$1 + 11 = 3 + 9 = 4 + 8 = 5 + 7 = 6 + 6 = 0$$

Răsturnarea intervalelor din teoria muzicii este cea prin care cele două intervale – cel inițial + + răsturnarea lui – să însumeze octava perfectă, 0.

4. MODURI DE INTERSECȚIE

Muzica modernă apelează deseori la sisteme de intonație modale deduse prin operațiuni matematice, ceea ce a condus la o îmbogățire fără precedent a posibilităților de îmbinare a elementelor de limbaj tradiționale cu cele originale specifice secolului XX. Construcția modurilor poate avea ca punct de pornire teoria multimilor, prin combinații diverse, utilizând câteva sunete până la epuizarea totalului cromatic. În travaliul componistic muzical posibilitățile de construcție a modurilor prin teoria multimilor sunt: moduri de incluziune, moduri de intersecție, reuniuni de moduri, moduri „diferență”, moduri complementare, partiție de moduri și moduri simetrice în jurul unei axe – sunet, sau axe – interval.

Modurile de intersecție sunt cele rezultate din sunetele comune ale altor moduri (două sau mai multe). În acest context al aplicării teoriei mulțimilor, *modul* este sinonim cu *scara muzicală*. Procedeu prin care – folosind sunetele comune – se trece dintr-un mod în altul (în cazul tonalității dintr-o tonalitate în alta) este **modulația**. După părerea compozitorului Dan Buciu, modulația este, „indiscutabil, unul dintre cele mai interesante și complexe procese muzicale pe care le cunoaște tonalitatea; schimbarea centrului tonal, a modului (de la major la minor, sau invers) sau a amândurora creează cadre largi, imprevizibile, interesante și consistente de desfășurare a discursului sonor, creează pilonii esențiali în fundamentarea structurilor arhitectonice ale acestui tip de muzică” [1].

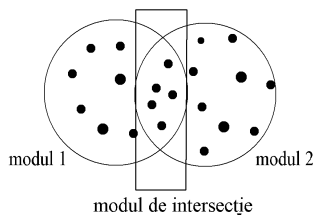


Fig. 7

Urmărind pașii specifici ai modulațiilor tonale (în funcție de tipul modulației) se poate trasa un *plan modulatoriu* din care rezultă faptul că modulația propriu-zisă se produce exact în *zona schimbărilor* echivalentă cu *modul de intersecție*, în care aceleași înlănțuiri armonice primesc alte funcții, cele ale noii tonalități:

zona tonalității inițiale ... zona schimbărilormodulația

G. Verdi - opera Traviata

Fig. 8

5. CONCLUZII

Raporturile matematice sunt prezente în muzică și au fost semnalate de Pytagora, Platon și mulți alți învățați din perioada antică. În creațiile muzicale din toate timpurile au existat – intenționat sau nu – proporții care au apropiat arta sunetelor de noțiunile abstracte ale matematicii. Probabil că gândirea unui compozitor ce se apropie de geniu tinde în mod intuitiv spre operațiuni clare și logice. Toate acestea, înnobilate cu rafinament și stil de personalități de mare forță creatoare, au dăruit patrimoniului universal opere cu adevărat nemuritoare.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Buciu, Dan, *Elemente de scriitură modală*, București, Editura Muzicală, 1981.
- [2] Giuleanu, Victor, *Tratat de teoria muzicii*, București, Editura Muzicală, 1986.
- [3] Alexandrescu, Dragoș, *Teoria muzicii*, București, Editura Kitty, 1997.
- [4] Vieru, Anatol, *Cartea modurilor*, București, Editura Muzicală, 1980.

Despre autor

Conf. univ. dr. **Mariana FRĂȚILĂ**
Universitatea „Ovidius” din Constanța, Facultatea de Arte

Este cadru didactic al Facultății de Arte la specializarea Pedagogie muzicală, Universitatea „Ovidius” – Constanța. Este absolventă a Conservatorului „George Enescu” – Iași în anul 1982, specializarea Muzicologie și Compoziție muzicală. La aceeași instituție susține și teza de doctorat în anul 2006.