REZOLVARE DETERMINISTĂ VERSUS REZOLVARE FUZZY

Conf dr.ing. **Florian GHIONEA**, As.drd.ing. **Emma POPA**

Universitatea Politehnica din Bucureşti, Bucureşti, România

REZUMAT. Formal, materialul se doreşte o critică adresată metodelor de calcul de tip determinist; în fond, materialul este o critică asupra liniei educative din şcoala autohtonă în care, până la finele liceului, toate mărimile incluse în probleme din discipline ca matematica, fizica, etc. sunt calate pe noţiunea de valoare exact cunoscută; abia târziu, la limita dintre liceu şi facultate, tânărul află că valorile numerice utilizate sunt supuse , cel mai adesea, unui fenomen numit probabilitate, dar nu află niciodată că valorile numerice respective pot fi grevate de imprecizie şi incertitudine. Studiul de caz prezentat arată că, acceptând caracterul vag al unor valori, rezultatele sunt „mai" pline de semnificaţii decât dacă se utilizează valori declarativ exacte: în locul obţinerii unui unic rezultat, tehnica fuzzy oferă şi soluţia numerică, dar şi caracterizări calitative ale acesteia.

Cuvinte cheie: determinism, probabilitate, incertitudine, tehnica fuzzy, caracterizari calitative ale unei soluţii numerice.

ABSTRACT. Formally, this paper, wants critical addressed for calculation method determinist type; in fact, this is o critics on educational line from local school, in which, till high-school, all sizes included in problems of math, physics, etc. stalled on the notion of right known value; later, limit of high-school and university, young people find that used number values are submissive , frequently, to the probability phenomena, but not know ever, that numerical values can be encumbered on dimness and uncertainty. The case study shows that the acceptance of some vague values character, the results have more meanings then if we use declarative right values: in spite of obtaining a single result, fuzzy technic offers also numerical solution, and qualitative characterization of it.

Keywords: Determinism, probability, uncertainty, fuzzy technic, qualitative characterization of numerical solution.

1. GENERALITĂŢI

Aristotel a formulat un sistem de valori bazat pe 2 noțiuni (adevărat sau fals), această logică dominind lumea de 2000 de ani. De multe ori însă, sistemul lui Aristotel nu este de ajuns pentru a modela fenomene din viața reală și, mai mult, el nu poate genera răspunsuri pentru întrebări relativ simple, de exemplu: " O metodă de slabire este bună sau rea?„ – probabil că nici da, nici nu, "Persoana x este de încredere sau nu?„ etc.. Logica fuzzy oferă modalități de a reprezenta tocmai această realitate: introduce noțiunile de incertitudine și imprecizie.

În limbajul uzual, pentru descrierea unei persoane se folosesc adjective ca "înalt„, „tânăr", „energic", pe baza cărora se cunoaște aproximativ înălțimea, vârsta, respectiv comportamentul persoanei respective. Dacă se doresc informații suplimentare, de obicei se mai poate preciza că este „foarte înaltă" sau „mai puțin tânără". Aceste adjective, așa numitele *variabile lingvistice* care se folosesc în descrieri calitative poartă un grad de ambiguitate, deoarece nu se cunoaște exact ce valoare are mărimea respectivă („înalt" = ? cm) și adjectivele pot fi interpretate subiectiv. Variabilele lingvistice ca „înalt" sau „tânăr" nu precizează exact înălțimea sau vârsta persoanei descrise, dar totuși, sunt conectate într-un fel cu valori de înălțimi sau vârste. În continuare se vor exprima variabilele lingvistice cu ajutorul conceptului de mulțime.

Logica de tip clasic consideră valoarea de adevăr a propozițiilor în termeni de adevărat sau fals. Legea terțului exclus a lui Aristotel făcea imposibilă o altă variantă. În viața de zi cu zi, există totuși multe situații în care o astfel de abordare este nerealistă. De exemplu, se poate considera afirmația „marea este albastră". Uneori marea este într-adevăr albastră. Dar dacă sunt nori? Dar dupa furtună? Este clar că o manieră strictă de evaluare a valorii de adevăr a propozițiilor nu coincide cu modul mult mai flexibil în care gândesc oamenii, în condiții de incompletitudine. Incompletitudinea unei informații se exprimă pe două scări:

1. Scara incertitudinii - se referă la încrederea care i se acordă informației (dacă sursa de

informaţie, instrumentul de măsură sau expertul sunt siguri şi demni de încredere, informaţia este certă);

2. Scara impreciziei - se referă la conţinutul informaţional (informaţia este precisă dacă valoarea specificată în anunţul corespunzător are o valoare unică).

Pentru a exemplifica aceste noţiuni, se poate considera exprimarea unor opinii despre rezultatele recensământului din 2002 [3]:

● *„Institutul Naţional de Statistică a precizat că la 18 martie 2002, populaţia stabilă a României era de 21.698.181 locuitori."* Aceasta este o ştire sigură, deoarece e o informaţie oficială şi este precisă. Aşadar, este o informaţie completă;

● *„Populaţia României este în mod sigur sub 22 milioane de locuitori."* Avem de-a face aici cu o informaţie certă, dar imprecisă (teoretic valoarea aparţine intervalului 0 – 22.000.000);

● *„Cred că populaţia României este de 21.500.000 locuitori."* Informaţia este incertă („cred"), dar precisă (are o valoare bine definită, chiar dacă din punct de vedere pragmatic este incorectă);

● *„Am impresia că rezultatul era în jur de 21 de milioane."* Informaţia este incertă şi imprecisă;

● *„N-am nici cea mai mică idee!"* În acest caz, „informaţia" nu este deloc semnificativă, toate valorile sunt egal probabile, iar gradele de incertitudine şi de imprecizie sunt maxime.

Un tip incipient de logică fuzzy a apărut în 1920, propus de matematicianul polonez Jan Lukasiewicz [2]. Sistemul său permitea extinderea valorii de adevăr a unei propoziţii la toate numerele reale din intervalul [0, 1]. Un astfel de număr era interpretat drept posibilitatea că propoziţia considerată să fie adevărată sau falsă. Aceste cercetări au dus la apariţia *teoriei posibilităţii*, respectiv la constituirea unei tehnici de raţionament în condiţii de inexactitate. După o jumatate de secol, Lotfi Zadeh a extins teoria posibilităţii într-un sistem formal de logică matematică. De asemenea, a adus în discuţie modalităţile de lucru cu termeni nuanţaţi ai limbajului natural. Acest instrument de reprezentare şi manipulare a termenilor nuanţaţi se numeşte *logica fuzzy*. Logica tradiţională consideră că un obiect poate aparţine sau nu unei mulţimi. Logica fuzzy permite o interpretare mai flexibilă a noţiunii de apartenenţă. Astfel, mai multe obiecte pot aparţine unei mulţimi de grade diferite [4]. De exemplu, dacă avem în vedere mulţimea oamenilor tineri: un copil de 10 ani e cu siguranţă tânăr, în timp ce o persoană de 60 ani cu siguranţă nu; dar un om de 30 de ani? sau 40 de ani? În acest caz putem afirma că persoana de 30 de ani aparţine mulţimii respective într-o măsură mai mare decât cea de 40.

Tehnica fuzzy a fost aplicată în multe din problemele tradiţionale, precum şi în domenii ca tehnologia informaţiei, telecomunicaţii, controlul traficului, sistemele energetice, conducerea proceselor industriale. De multe ori oamenii nu pot caracteriza precis informaţiile numerice, folosind formulări precum „aproape 0", „în jur de 100" etc. În teoria mulţimilor fuzzy, aceste numere pot fi reprezentate ca mulţimi fuzzy ale domeniului numerelor reale.

2. PARTICULARITĂŢI ALE TEORIEI FUZZY

Teoria fuzzy s-a născut în anul 1965 când a apărut articolul profesorului Lotfi Zadeh, „Fuzzy Sets", punând bazele matematice ale logicii fuzzy. Autorul a renunţat la logica bivalentă (sau DA sau NU exclusiv) şi a pus fundamentele matematice ale unei logici multivalente (poate DA şi poate NU), prin definirea mulţimii fuzzy ca o extensie a conceptului de mulţime clasică, exactă. Mulţimea fuzzy, spre deosebire de mulţimile obişnuite, clasice, nu are graniţe bine delimitate, elementele sale aparţinând mulţimii doar într-o anumită măsură. Termenul „fuzzy" s-ar traduce în româneşte prin vag, imprecis, difuz, inexact. Fiind un termen deja consacrat, se foloseşte în continuare ca atare. Lofti Zadeh a introdus logica fuzzy, deoarece a constatat următoarele :

- cu cât o problemă este mai complexă, cu atât mai greu se poate rezolva algoritmic;
- chiar dacă, într-o problemă oarecare, se ajunge la un rezultat matematic, procedura implică, din punct de vedere al volumului de calcul, un efort neconvenabil.

Într-unul dintre primele articole [4], Zadeh a enunţat principiul incompatibilităţii dintre precizie şi complexitate, care se manifestă puternic la sistemele umanoide. În situaţiile în care un sistem sau un proces este foarte complex, sau/şi este afectat de incertitudini profunde, metodele matematice clasice nu mai conduc la soluţii convenabile.

Cu toate că nu se cunosc metode exacte de a soluţiona optimal astfel de probleme complexe, operatorul uman deseori le rezervă cu succes folosind algoritmi euristici, imprecişi şi intuitivi. Chiar şi sistemele şi procesele foarte complexe pot fi rezolvate de operatorul uman utilizând raţionamente aproximative. De exemplu, considerând „comportamentul şoferului", din informaţii variate ca viteză, starea drumului, încărcarea traficului, conducătorul auto poate aproape întotdeauna adopta conduita necesară unei deplasării cvasi-sigure. Dacă se doreşte a se modela „algoritmul" utilizat de conducătorul auto, probabil că cea mai bună cale ar fi descrierea cunoştinţelor astfel încât să poată fi traduse în informații înmagazinate în regulile utilizate. Colecția de reguli acumulate se lărgește și se specializează în mod continuu odată cu creșterea experienței.

Logica fuzzy este o metodă aproximativă prin care "cunoștințele" vagi, înmagazinate într-o bază de reguli, se pot modela formal. Transpunerea în practică a logicii fuzzy se datorează avantajelor ce le prezintă în următoarele situații specifice:

- permit modelarea sistemelor neliniare, complexe sau imprecis cunoscute,
- permit transpunerea experienței umane în construirea regulilor de inferență, utilizând variabilele lingvistice.

Un număr fuzzy x se numește număr fuzzy triunghiular cu centrul c, lățimea la stânga α > 0 și lățimea la dreapta β > 0 (fig. 2.1), dacă funcția sa de apartenență este:

$$g(x) = \begin{Bmatrix} 1-\frac{c-x}{\propto}, c-\propto \leq x \leq c \\ 1-\frac{x-c}{\beta}, c \leq x \leq c+\beta \\ 0, \hat{\imath}n\ caz\ contrar \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

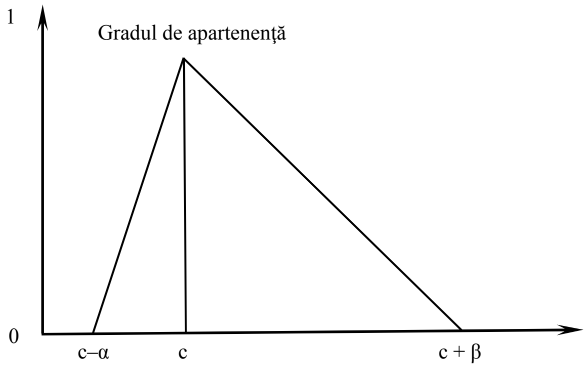

Fig. 2.1. Reprezentarea numărului triunghiular fuzzy x (semnificația fiind „*x* este aproximativ egal cu *c*").

Un număr fuzzy se numește număr fuzzy trapezoidal cu intervalul de toleranță [c, d], lățimea la stânga α > 0 și lățimea la dreapta β > 0 (fig. 2.2), dacă funcția sa de apartenență este:

$$g(x) = \begin{Bmatrix} 1-\frac{c-x}{\propto}, c-\propto \leq x \leq c \\ 1, c < x < d \\ 1-\frac{x-d}{\beta}, d \leq x \leq d+\beta \\ 0,\ \text{în caz contrar} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

În continuare, se va prezenta modul în care tehnica fuzzy poate fi aplicată în rezolvarea unei probleme de programare liniară. Modelul de calcul optimal clasic are un caracter determinist datorat modului de alegere a valorilor de referință ale caracteristicilor care însoțesc fenomenul fizic: în teorie acestea se găsesc într-un domeniu limitat la un unic număr, dar în realitate nu se poate reduce mulțimea de posibilități la una singură, decât în situații cu totul speciale.

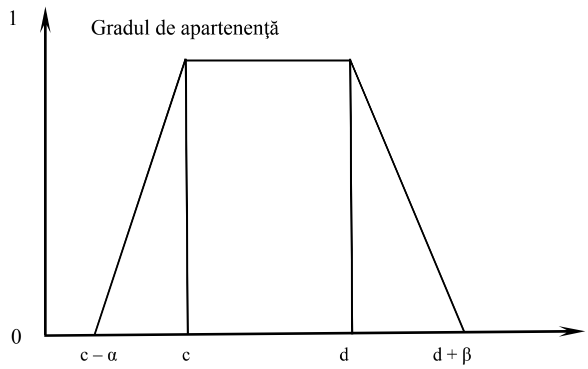

Fig. 2.2. Reprezentarea numărului trapezoidal fuzzy x (semnificația fiind „*x* este situat aproximativ între c și d")

3. DEFINIREA PROBLEMEI

Rezolvarea unei probleme de programare liniară prin tehnica fuzzy poate fi utilă atunci când valorile parametrilor care descriu contextul în care se constituie relațiile matematice este dominat de ambiguitate (de exemplu: chiar se știe absolut sigur că prețul de vânzare a unui sortiment produs va fi exact … lei/unitate fizică, atunci când și piața este vag stabilizată! Evident nu!). Relațiile matematice pentru o problemă de programare liniară (care urmărește maximizarea) sunt:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot w_j \quad (3.1)$$

cu m restricții:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot w_j \leq b_i, \text{ pentru } i = 1 .. m \quad (3.2)$$

în condițiile în care cele w_j variabile, pentru $j = 1 ... n$, sunt nenegative.

Optimizarea fuzzy are la bază ipoteza că există intervale de toleranță pentru valori [1]. De exemplu, pentru valorile b, pe axa unităților de măsură , se pot defini mai multe intervale (Fig. 3.1), în raport cu t este toleranța t asociată parametrului b:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot \mathrm{w_j} > \mathrm{b_i} + \mathrm{t} \quad (3.3)$$

$$\mathrm{b_i} < \sum_{j=1}^{n} \mathrm{a_{ij}} \cdot \mathrm{w_j} \leq \mathrm{b_i} + \mathrm{t} \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \mathrm{a_{ij}} \cdot \mathrm{w_j} = \mathrm{b_i} \quad (3.5)$$

$$\mathrm{b_i} - \mathrm{t} \leq \sum_{j=1}^{n} \mathrm{a_{ij}} \cdot \mathrm{w_j} < b_i \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \mathrm{a_{ij}} \cdot \mathrm{w_j} < b_i - \mathrm{t} \quad (3.7)$$

din care numai relatia (3.5) poate fi considerată ca având caracter determinist.

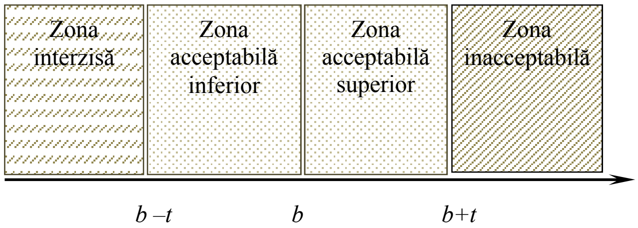

Fig. 3.1. Intervale în care se acceptă valoarea *b* din restricţiile problemei.

Logica fuzzy accepta şi celelalte intervale, acordând "grade de aparteneţă" domeniului de definiție a parametrilor *b*: grad de apartenenţă nul; $0 < \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot w_j - b_i}{t} \leq 1$; ... 1; $0 < \frac{b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot w_j}{t} \leq 1$; … nul.

Rezultă că în funcţie de această „aranjare" ierarhică a valorilor parametrilor (pentru care sunt asociate gradele de apartenenţă), pot exista mai multe soluţii. Tehnica fuzzy oferă mai multe „maxime locale" ale funcţiei obiectiv, conform spaţiului vag în care se găsesc valorile de intrare în procedură.

4. STUDIU DE CAZ

4.1. Definirea problemei

Pentru exemplificarea rezolvării unei probleme de programare liniară cu tehnica fuzzy, se va considera următorul caz din domeniul transporturilor. Serviciul de marketing al unui operator de transport a primit sarcina să determine ponderea raţională a parcului de vehicule care lucrează în baza comenzilor contractate anticipat, în raport cu parcul de vehicule care lucrează în baza cererilor operative zilnice. Serviciul de marketing a analizat circumstanţele tehnice şi financiar-economice ale firmei, cât şi fluctuaţiile pieţei transporturilor şi a constatat :

- dacă se încheie contracte anticipate de prestaţii de transport, realizările pe vehicul – conform tarifului aplicat – se ridică la 2 unităţi monetare;
- dacă se negociază comenzi pentru vehicule în regim de „ultim moment", realizările pe vehicul – conform înţelegerilor în regim de urgenţă – se ridică la 3 unităţi monetare;
- numărul de vehicule posibil de exploatat în funcţie de capacitatea tehnică, disponibilitatea spaţială, resursele financiare şi puterea organizatorică proprie (locuri de parcare, ateliere de mentenanţă, împrumuturi de rambursat etc.) trebuie să se încadreze între minim 6 vehicule – din motive legate de supravieţuire a firmei, respectiv un maxim de 14 vehicule –din motive de disponibil de personal, în special asigurarea cu personal de bord.

În concordanţă cu aceste limite, conducerea operatorului de transport a acceptat ca o diferenţă de 2 vehicule între numărul vehiculelor care lucrează în baza comenzilor contractate anticipat (care aduc venituri mai mici, dar păstrează clientela), în faţa vehiculelor care lucrează în baza cererilor operative zilnice este acceptabilă.

Pe de altă parte, neuniformitățile pieţei transporturilor s-au dovedit complet supuse hazardului; cu alte cuvinte, numărul de vehicule care aduc venituri mai mari (3 u. m.) variază de la dublul disponibilului zilnic al operatorului de transport, până la doar o jumatate din acest disponibil (acel număr care rămâne după acoperirea cererilor pentru care există deja contracte).

În esenţă, coroborând informaţiile deţinute, serviciul de marketing se găseşte în faţa următoarei probleme de programare matematică liniară:

$$\max \quad (3x + 2y) \tag{4.1}$$

cu restricțiile:

$$x + y \leq 6\ldots14 \tag{4.2}$$

$$(0{,}5\ldots2)x - y \leq 2 \tag{4.3}$$

unde: x este numărul de vehicule care lucrează după comenzi intempestive ;
y – numărul de vehicule care lucrează în baza comenzilor contractate anticipat.

Valorile din intervalul 6 .. 14 din relația 4.2. sunt limitele între care trebuie să se încadreze parcul activ al operatorului de transport, iar valorile din intervalul 0,5 ... 2 (relația 4.3) reprezintă variaţia necontrolabilă a numărului de comenzi clasificate ca intempestive.

4.2. Determinarea soluțiilor

Deoarece încercarea de determinare a probabilităţilor de apariţie a evenimentelor care nu se supun voinţei operatorului de transport (prezentarea clienţilor care solicită întocmirea de contracte ferme anticipate, respectiv apariţia cererilor ad-hoc referitoare la curse neprogramate anticipat) s-a soldat cu rezultate neconfirmate de practică şi care nu au putut fi încadrate într-o lege de repartiţie, serviciul de marketing a recurs la rezolvarea modelului matematic prin tehnici fuzzy.

Într-o astfel de rezolvare, pentru funcția obiectiv dată de relația (4.1), se consideră restricțiile:

$$x + y \leq G \tag{4.5}$$

$$Ax - y \leq 2 \tag{4.6}$$

unde A şi G sunt numere fuzzy (fig. 4.1 și 4.2).

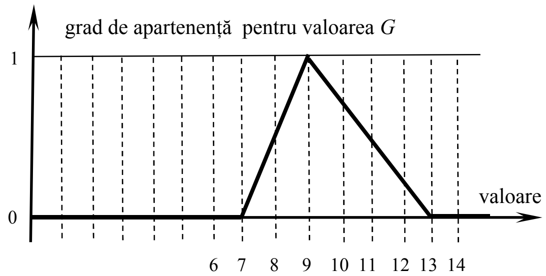

Fig. 4.1. Exemplu de reprezentarea fuzzy pentru *G*.

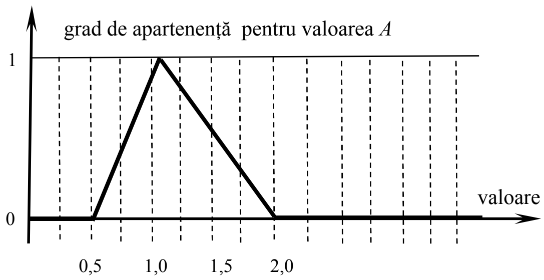

Fig. 4.2. Exemplu de reprezentarea fuzzy pentru *A*.

Condiţia (4.6) se rescrie sub forma ecuaţiei dreptei care evidenţiază panta, adică:

$$y = Ax - 2, \tag{4.7}$$

iar valorile între care se găseşte panta sunt:

$$y = 0{,}5x - 2, \tag{4.8}$$

respectiv

$$y = 2x - 2\,. \tag{4.9}$$

Reprezentând grafic limitele între care trebuie căutate soluţiile, se constituie imaginea redată în figura 4.3, pe baza ecuaţiilor:

$$\begin{array}{ll} \mathrm{I} & s : y + x = 13 \\ \mathrm{I} & i : y + x = 7 \\ \mathrm{II} & s : y - 2x = -2 \\ \mathrm{II} & i : y - 0{,}5x = -2, \end{array} \tag{4.10}$$

unde:

- I şi II sunt notaţii pentru cele două drepte care delimitează planul de lucru;
- *s* şi *i* desemnează poziţia dreptei (superior sau inferior);
- *a, b, ... h* sunt punctele de intersecţie ale dreptelor.

Figura 4.3. indică, de asemenea, valorile funcţiei obiectiv în punctele încadrate în interiorul spaţiului soluţiilor:

a (5,8) : 31;
b (3, 4) : 17;
c (10, 3) : 36;
d (6, 1) : 20.

În urma acestei etape, se pot formula o serie de observaţii:

● Există un număr foarte mare de soluţii generabile prin matematica combinatorială – constituind perechi de valori intermediare celor patru drepte care delimitează orizontul căutărilor.

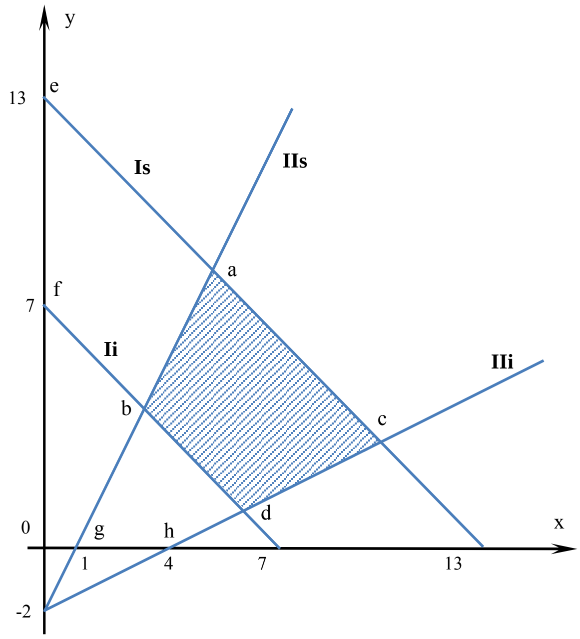

Fig. 4.3. Domeniul soluțiilor funcţia obiectiv (aria haşurată)

● Evident s-ar dori „realizarea” care s-ar concretiza prin atingerea punctului c (10, 3), dar trebuie să se reţină ca pentru acest punct gradul de apartenenţă la mulţimea posibilităţilor este practic zero.

● Nu există nici o şansa să se rezolve problema într-un spaţiu probabilistic, deoarece nu se cunosc probabilitățile de apariţie a diferitelor combinaţii de valori. Acest aspect este o caracteristică a tehnicii fuzzy: nu se poate formula nicio ipoteză despre probabilitatea vreunui fenomen aflat sub acoperirea logicii fuzzy.

● Fenomenul bizar, atunci când se utilizează valori incerte ale parametrilor, este că numerele fuzzy pot oferi soluţia de cea mai mare încredere pentru ansamblul posibilităţilor, nu al probabilităţilor.

În figurile 4.4 şi 4.5 sunt prezentate rezolvări cu soluții discrete, alocând grade de apartenenţă numai numerelor deja reprezentate ca facând parte din domeniul de existenţă (dar „triunghiurile” care redau gradele de apartenenţă sunt de tip continuu şi numărul de linii care pot fi trasate între valorile limită 7 .. 13, respectiv 0,5 .. 2 tinde către infinit). Însă, dacă se reprezintă spaţial situaţia apartenenţei punctelor de intersecţie ale dreptelor din plan în a treia dimensiunune, figurându-se gradul de apartenenţă la soluţie, se poate percepe mai în detaliu ce înseamnă rezolvarea problemei de programare liniară prin tehnica fuzzy (fig. 4.6).

Posibilitatea care pare cea mai aproapiată de materializare – în condiţiile informaţiilor vagi în care au fost structurate relaţiile matematice – este dată de gradul de apartenenţă maxim (unu) pentru abscisa şi ordonata deja specificate în figura 4.5 (x = 44/10, y = 46/10) şi care oferă valoarea de optim ordinar pentru funcţia obiectiv de 22,4.

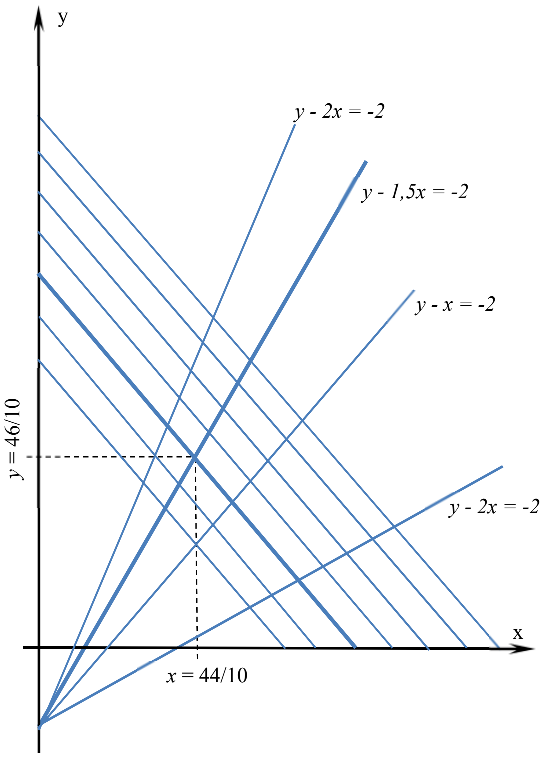

Fig. 4.4. Rezolvarea discretă, simplificată, a problemei.

Dar această posibilitate nu este singura care face parte din sfera vizată de matematica fuzzy, cea care nu poate funcţiona decât în condiţiile unor mulţimi de valori cu grade de apartenenţă diferite. Construirea acestei mulţimi se face aranjând cele 10 „mărimi” reprezentate (cu roşu) în figura 4.5. în ierarhia care asigură existenţa unei imagini de tip „triunghi” sau „trapez” – cele mai simple imagini ale domeniilor în care operează matematica fuzzy. Identificând cele zece puncte de contact cu „solul”, se constată că seria de valori din figura 4.6 se înşiruie pe o axă de valori şi conduce la următoarea mulţime de apartenenţă (detaliate în figura 4.7).

4.3. Interpretarea rezultatelor

● Posibilitatea imediată pentru soluţia problemei de programare liniară este ca valorile x şi y să se situeze la nivelurile x = 4,4; y = 4,6, iar maximul pentru funcţia obiectiv să fie de 22,4 (adică acolo unde gradul de apartenenţă este 1).

● Posibilitatea situată pe planul doi pentru soluţia problemei de programare liniară este ca valorile x şi y să se situeze la nivelurile x = 4,8; y = 5,2, iar maximul pentru funcţia obiectiv să fie de 24,8 (adică acolo unde gradul de apartenenţă este 0,75).

● Posibilitatea situată pe planul trei pentru soluţia problemei de programare liniară este ca valorile x şi y să se situeze la nivelul x = 5,2; y = 5,8, iar maximul pentru funcţia obiectiv să fie de 27,2 (adică acolo unde gradul de apartenenţă este 0,50).

Ca urmare, valoarea corespunzătoare gradului de apartenenţă maxim poate fi creditată ca o valoare limită inferioară, rezultatele posibile fiind superioare (mai bune).

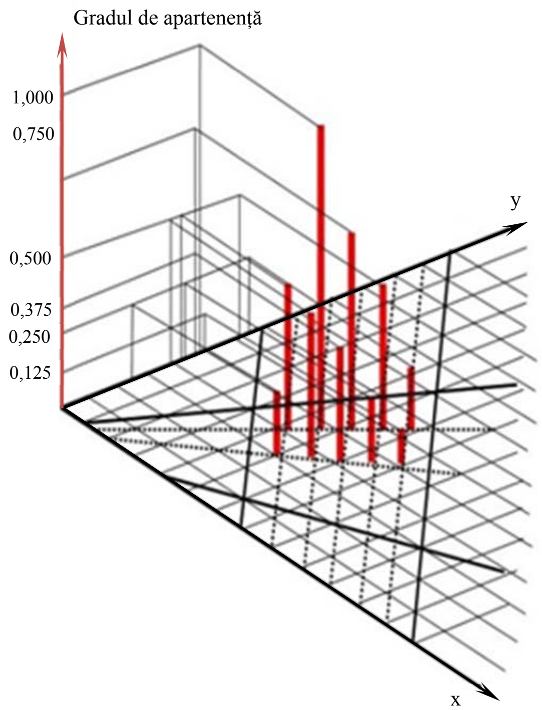

Fig. 4.5. Evidenţierea spaţiului posibilelor soluţii pentru condiţia de apartenenţă.

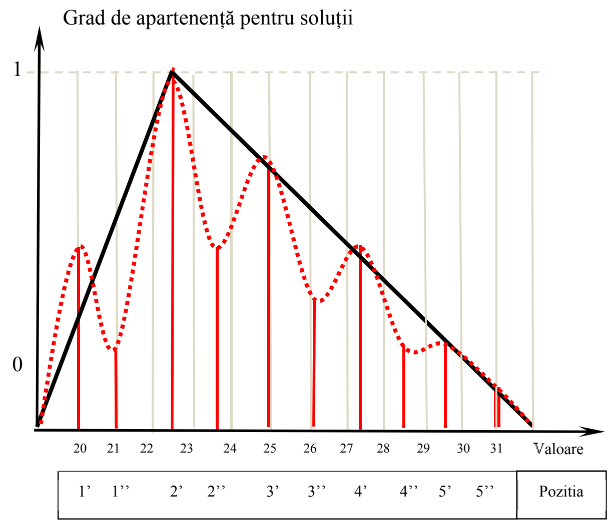

Fig. 4.6. Reprezentarea fuzzy a soluţiilor posibile.

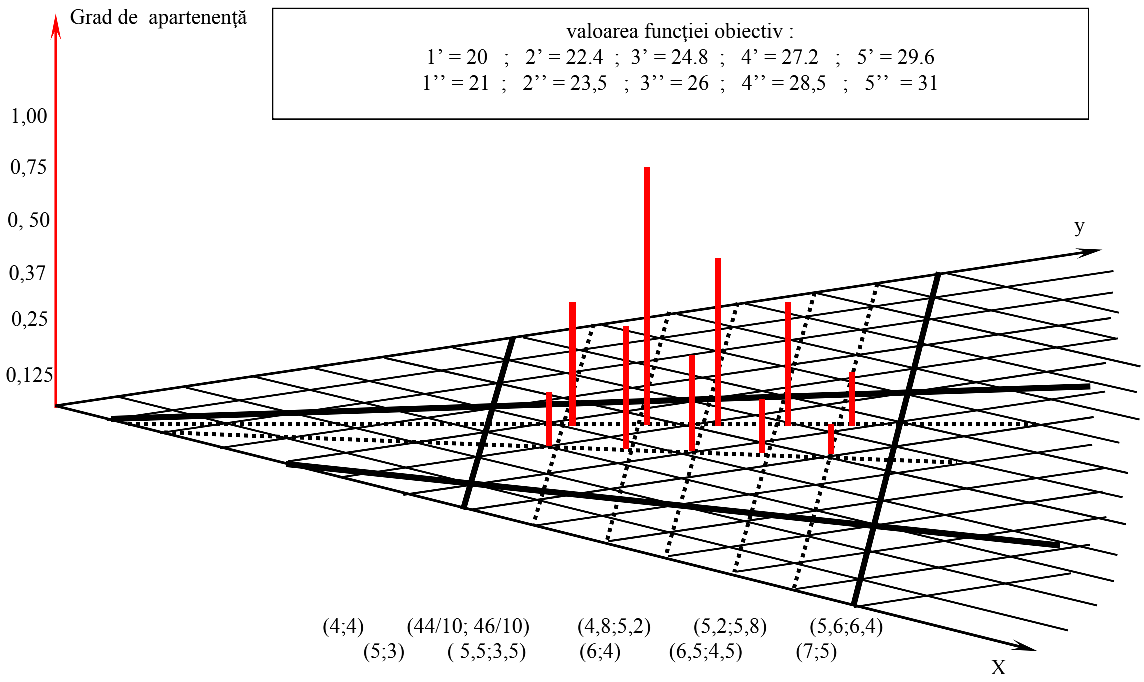

Fig. 4.7. Supliment de informaţii pentru spaţiul soluţiilor.

Trebuie menţionat că rezolvarea se acceptă fără să se ţina cont că soluţia ar fi fezabilă doar în domeniul numerelor întregi (pentru că rezolvarea unei probleme fuzzy în numere întregi ar necesita un spaţiu pe care autorii nu îl au la dispoziţie în prezentul material).

Interpretarea practică a rezultelor pentru operatorul de transport urban, a cărui evoluţie a fost pretextul prezentului material, poate consta în următoarele:

● Posibilitatea imediată este $x = 4$, $y = 5$, obiectivul fiind materializat la valoarea de 22 u. m. În acest caz, cu 5 vehicule angajate anticipat şi 4 oferite în regim de urgenţă, condiţiile modelului matematic sunt îndeplinite în proporţie de 83%.

● Posibilitatea situată pe planul doi este $x = 5$, y = 5, obiectivul fiind materializat la valoarea de 25 u. m, îndeplinindu-se condiţiile modelului matematic în proporţie de 60%.

● Posibilitatea situată pe planul trei este $x = 5$, $y = 6$, obiectivul fiind materializat la valoarea de 27 u. m. şi condiţiile modelului matematic sunt îndeplinite în proporţie de 73%.

În consecinţă, conducerea operatorului de transport rămâne să decidă dacă un eventual câştig de 5 u. m. compensează pierderea de 10 procente din domeniul cerinţelor puse în faţa serviciului de marketing.

5. CONCLUZII

Din perspectiva imediată, bunul simţ ar îndemna la o tratare ce ar pune accent pe două din dreptele aflate în poziţiile dominante din spaţiul de căutare (fig. 4.4), $x + y = 9$, respectiv $1,5x - y = 2$, şi ar conchide că 22,4 este valoarea de optim căutată. Alegând un singur set de valori pentru parametrii implicaţti în problemă, se admite implicit că se lucrează într-un spaţiu determinist, ceea ce contravine gândirii fuzzy. Rezultatul ar fi sărac în informaţii colaterale; aspectul calitativ pe care îl adaugă gândirea fuzzy este benefic în perspectiva niciodata certă.

Din perspectiva generală, teoria mulțimilor fuzzy se utilizează în următoarele scopuri:

● Modelare: incertitudinea poate fi modelată prin diferite teorii, în funcție de cauzele incertitudinii, de tipul și de cantitatea informațiilor disponibile. Teoria mulțimilor fuzzy este, în acest sens, una dintre metodele care pot fi utilizate pentru a modela diferite tipuri de incertitudini, în diferite circumstanțe;

● Generalizare: modelele şi metodele clasice sunt, în mod normal, bazate pe logica bivalentă. Adesea, această abordare nu surprinde adecvat realitatea. Teoria mulțimilor fuzzy a fost utilizată cu precădere în scopul relaxării metodelor clasice, prin introducerea caracterului gradual;

● Simplificare: tehnologia fuzzy se utilizează în scopul reducerii complexității datelor la un nivel acceptabil prin variabile lingvistice sau prin analiza fuzzy.

Teoria mulțimilor fuzzy este cea mai generală teorie a incompletitudinii formulată până în prezent. Logica fuzzy oferă posibilitatea de a raționa prin cunoștințe comune, formulate în mod obișnuit și de aceea și-a găsit aplicabilitatea în numeroase domenii. Termenii și regulile vagi pot fi reprezentate și manipulate cu ajutorul calculatorului, caracteristică foarte valoroasă în domeniul ingineriei bazelor de cunoștințe, unde cunoștințele experților sunt formulate de obicei în limbaj obișnuit.

Logica fuzzy, aplicată, este de fapt o tehnica de calcul cu ajutorul căreia, în rezolvarea unor probleme specifice, se pot obține soluționări mai pline de semnificații față de metodele clasice, exacte. Totodată, sistemele fuzzy au un comportament foarte bun în prezența incertitudinii, impreciziei și a „zgomotului”. Cât de bine lucrează asemenea sisteme fuzzy, o demonstrează larga răspândire a acestora în ultimii ani în lumea întreagă.

Se cunosc deja o serie de aplicații consacrate ale logicii fuzzy în diferite domenii ale științei: în controlul automat (reguli de temperatură, comanda vitezei metroului, autofocalizarea camerelor video), în recunoașterea formelor (algoritmi de clasificare fuzzy), în măsurări (prelucrarea informațiilor furnizate de senzori), în medicină (controlul stimulatoarelor cardiace), în economie (metode de decizie fuzzy).

BIBLIOGRAFIE

[1] Crişan, I., *Aplicarea designului industrial în optimizarea constructivă a mașinilor,* Simpozionul național PRASIC, 2002, Universitatea Transilvania din Brașov, Brașov, 2002.

[2] Preitel, S., *Introducere in conducerea fuzzy a proceselor*, Editura Tehnică, București, Romania, 2000.

[3] Teodorescu, H.N, *Sisteme nuanșate fuzzy*, Editura Politehnium, Iași, 2007.

[4] Zadeh, I.A., *Fuzzy : Introduction and Control*, Fuzzy Sets **No. 8**, Taunton, p. 335-353, 1993.