

DETERMINAREA POZIȚIEI ȘI MĂRIMII FORȚEI CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA UNEI GRINZI UTILIZÂND INTELIGENȚA ARTIFICIALĂ

Student Nicoleta BĂCESCU¹, Student Antonio-Patrik NEDELCU¹,
Student Bogdan-Emilian ȚENESCU¹

¹Universitatea „Babeș-Bolyai” din Cluj-Napoca, Facultatea de Inginerie, Reșița, România

REZUMAT. Lucrarea prezintă deformațiile ce apar într-o grindă simplu rezemată sub acțiunea unei forțe concentrate care se deplasează pe lungimea barei. Ținând cont de metoda suprapunerii efectelor, sunt determinate deformațiile grinzii sub acțiunea greutății proprii peste care se suprapun deformațiile date de forța concentrată mobilă. Rezultatele obținute analitic sunt comparate cu rezultatele din metoda numerică. În baza acestor rezultate a fost dezvoltată o rețea neuronală artificială pentru a determina poziția și valoarea forței concentrate.

Cuvinte cheie: fibră medie deformată, deformații, rețea neuronală.

ABSTRACT. The paper presents the deformations that appear in a simple supported beam under the action of a force that moves along the length of the beam. Taking into account the method of overlapping effects, the deformations of the beam are determined under the action of their own weight over which the deformations given by the mobile force are superimposed. The results obtained analytically are compared with the results of the numerical method. Based on these results, an artificial neural network was developed to determine the position and value of the concentrated force.

Keywords: neutral axis, deflections, neural network.

1. INTRODUCERE

Solicitările de încovoiere la o grindă dreaptă duc la deformarea acesteia în plan vertical, astfel că axa longitudinală a grinzii ia forma unei curbe, care poartă denumirea de fibră medie deformată [1]. Deplasarea pe verticală a centrului de greutate al secțiunii transversale sub acțiunea solicitărilor poartă denumirea de săgeată, iar înclinarea fibrei medii în raport cu forma nedeformată se numește rotire [2].

Stabilirea formei deformată a grinzii în orice punct de pe grindă poate fi determinată dacă se cunoaște ecuația fibrei medii deformată. Fibră medie deformată a grinzii este o curbă continuă fără puncte de inflexiune [3, 4].

În lucrarea de față sunt analizate deformațiile unei grinzii simplu rezemate sub acțiunea greutății proprii și a unei forțe concentrate mobile atât printr-un calcul analitic, cât și numeric utilizând metoda elementelor finite.

Rezultatele obținute reprezintă datele de intrare pentru dezvoltarea și testarea unei rețele neuronale artificiale pentru localizarea poziției și mărimii forței mobile care acționează asupra grinzii.

2. ABORDARE ANALITICĂ

Modelarea pentru calculul analitic al săgeților grinzii simplu rezemate și simbolurile utilizate sunt ilustrate în figura 1.

Grinda este confecționată din oțel având densitatea $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ și modulul de elasticitate longitudinal $E = 2,05 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$. Lungimea grinzii este $L = 1 \text{ m}$, iar secțiunea transversală rectangulară constantă are dimensiunile: $B = 0,050 \text{ m}$ și $H = 0,005 \text{ m}$. Asupra grinzii acționează greutatea proprie sub forma unei sarcini uniforme distribuite $q = \rho \cdot g \cdot H \cdot B = 19,252 \text{ N/m}$, cu $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ – accelerația gravitațională și forța concentrată cu valorile: $P = 10 \text{ N}$; 20 N și 30 N , care ocupă următoarele poziții pe grindă: $a = 0,1 \text{ m}$; $0,2 \text{ m}$; $0,3 \text{ m}$; $0,4 \text{ m}$ și $a = L/2 = 0,5 \text{ m}$. Pentru aceste valori ale forței și poziției pe grindă se determină săgețile în planul xOy în 9 (nouă) puncte echidistante pe grindă, respectiv cu un pas de $0,1 \text{ m}$ utilizând principiul suprapunerii efectelor, adică la săgeata dată de greutatea proprie se adună săgeata din forța concentrată P .

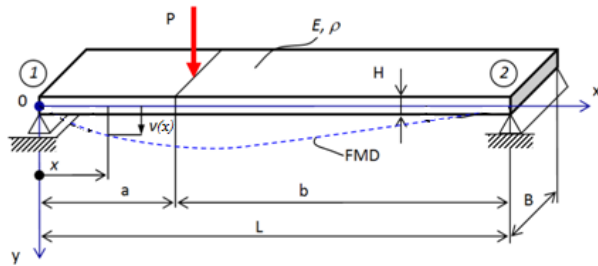


Fig. 1.1. Grinda simplu rezemată.

Datorită simetriei sistemului de rezemare, când forța acționează la o distanță mai mare de $L/2$, valorile săgeților se vor considera în oglindă.

3. ECUAȚIA FIBREI MEDII DEFORMATE

Cu încărcările prezentate mai sus, pentru a calcula săgețile în punctele considerate, scriem ecuațiile fibrei medii deformate.

Cu notațiile din figura 1.1, ecuația fibrei medii deformate pentru grinda încărcată cu sarcină uniform distribuită [1, 2], respectiv sub acțiunea greutății proprii este:

$$v_q = \frac{q \cdot L^4}{24 \cdot E \cdot I_z} \cdot \left(\frac{x}{L} - 2 \frac{x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4} \right) \quad (1.1)$$

unde, $I_z = B \cdot H^3 / 12 = 5,20833 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$ este momentul de inerție al secțiunii transversale după axa z.

Sub acțiunea forței P , săgețile în punctele considerate pe grindă se calculează cu relația (1.2), care reprezintă ecuația fibrei medii deformate pentru o grindă simplu rezemată (figura 1.1) sub acțiunea unei forțe cu punctul de aplicație la distanța a față de reazemul din stânga, respectiv la distanța b față de reazemul din dreapta [5].

$$v_P = \begin{cases} \frac{P \cdot b \cdot x}{6 \cdot L \cdot E \cdot I_z} \cdot (L^2 - b^2 - x^2) & \text{pentru } 0 < x < a \\ \frac{P \cdot b}{6 \cdot L \cdot E \cdot I_z} \cdot \left(\frac{L}{b} (x - a)^3 + (L^2 - b^2) \cdot x - x^3 \right) & \text{pentru } a < x < L \end{cases} \quad (1.2)$$

Prin însumarea algebrică a expresiilor (1.1) și (1.2) se poate calcula săgeata grinzii sub greutate proprie pe care acționează și o forță P , relația (1.3).

$$v_A = v_q + v_P \quad (1.3)$$

4. ABORDARE NUMERICĂ

Valorile săgeților obținute prin utilizarea relației (1.3) sunt comparate cu valorile obținute prin analiză numerică folosind metoda elementelor finite (MEF). Programul utilizat este SolidWorks, iar pentru discretizare s-au utilizat elemente de formă tetraedrică cu dimensiunea medie de 1 mm. Pentru condițiile de contur la capetele grinzii sunt anulate deplasările acestor suprafețe după planele xOz și yOz și sunt permise deplasări în planul xOy , respectiv rotiri după axa z.

Pentru citirea săgeților în punctele considerate pe lungimea grinzii, programul permite luarea de probe pe nodurile rețelei discretizate [6] cu indicarea numărului nodului, locația de măsurare și valoarea săgeții. În figura 1.2 sunt ilustrate valorile săgeților obținute din analiză numerică pentru o forță de $P = 10 \text{ N}$ aplicată la distanța $a = 0,1 \text{ m}$ față de reazemul din stânga. Accelerația gravitațională este figurată cu săgeată îngroșată aplicată la mijlocul grinzii.

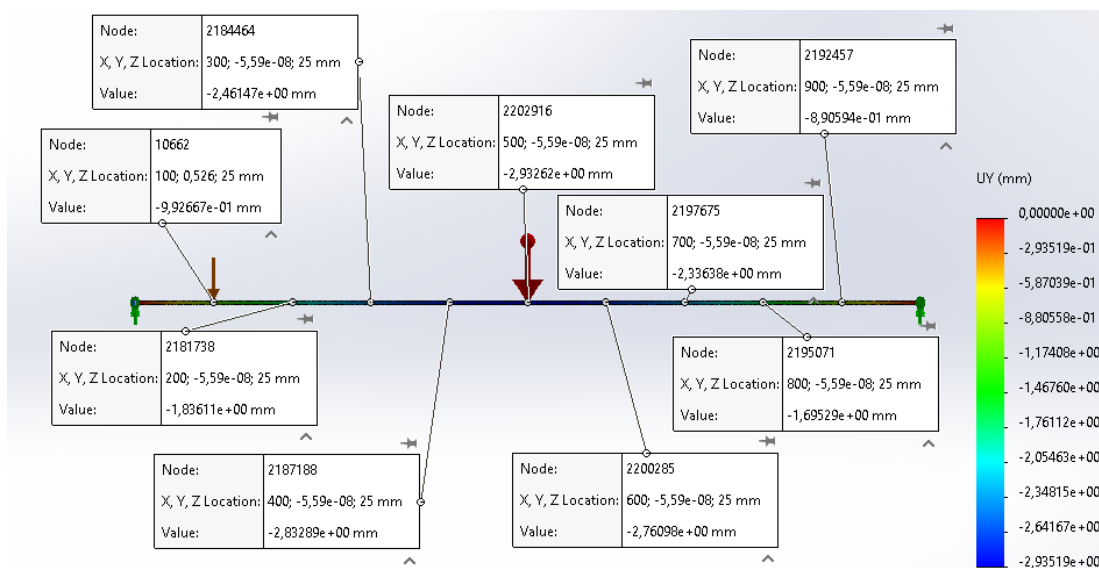


Fig. 1.2. Valori pentru săgeată pentru forța de 10 N aplicată la 0,1 m față de reazemul din stânga.

DETERMINAREA POZIȚIEI ȘI MĂRIMII FORȚEI CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA UNEI GRINZI

5. REZULTATE

În tabelele 1.1 – 1.5 sunt prezentate valorile săgeților obținute prin aplicarea metodei analitice și numerice și eroarea obținută între cele două metode, care este ilustrată și grafic în figura 1.3. Notațiile utilizate în tabele reprezintă:

x [m] – poziția unde se determină săgeata;

v_A [m] – valoarea săgeții obținută analitic cu relația (1.3);

v_{MEF} [m] – valoarea săgeții obținută MEF;

ε [%] – eroarea dintre valorile săgeții obținută prin cele două metode.

Din figura 1.3 se observă că erorile sunt mici, sub 0,5%, rezultatele fiind cu atât mai apropiate cu cât forța exterioară aplicată este mai mare.

Tabelul 1. Săgeți pentru grinda simplu rezemată când forța este aplicată la distanța $a = 0,1$ m

Nr. crt.	x [m]	$P = 10$ N			$P = 20$ N			$P = 30$ N		
		v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]
1	0,1	0,9899	0,9927	0,279	1,2428	1,2459	0,252	1,4957	1,499	0,237
2	0,2	1,8315	1,8361	0,252	2,2686	2,2735	0,218	2,7056	2,711	0,199
3	0,3	2,4554	2,4615	0,247	3,0017	3,0082	0,213	3,5481	3,555	0,190
4	0,4	2,8259	2,8329	0,246	3,4160	3,4232	0,212	4,0060	4,014	0,188
5	0,5	2,9254	2,9352	0,335	3,5029	3,5104	0,213	4,0805	4,088	0,189
6	0,6	2,7541	2,7610	0,249	3,2724	3,2794	0,215	3,7906	3,798	0,191
7	0,7	2,3305	2,3364	0,251	2,7520	2,7580	0,218	3,1734	3,180	0,193
8	0,8	1,6910	1,6953	0,254	1,9876	1,9920	0,221	2,2842	2,289	0,196
9	0,9	0,8900	0,8906	0,066	1,0430	1,0433	0,033	1,1960	1,196	0,008

Tabelul 2. Săgeți pentru grinda simplu rezemată când forța este aplicată la distanța $a = 0,2$ m

Nr. crt.	x [m]	$P = 10$ N			$P = 20$ N			$P = 30$ N		
		v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]
1	0,1	1,1741	1,1768	0,233	1,6112	1,6143	0,197	2,0482	2,052	0,175
2	0,2	2,1936	2,1989	0,238	2,9929	2,9989	0,202	3,7921	3,799	0,181
3	0,3	2,9362	2,9428	0,224	3,9633	3,9706	0,185	4,9904	4,999	0,162
4	0,4	3,3598	3,3672	0,220	4,4837	4,4917	0,179	5,6076	5,616	0,155
5	0,5	3,4561	3,4637	0,220	4,5644	4,5725	0,178	5,6727	5,681	0,153
6	0,6	3,2349	3,2420	0,221	4,2339	4,2415	0,179	5,2329	5,241	0,153
7	0,7	2,7239	2,7300	0,223	3,5387	3,5451	0,180	4,3535	4,360	0,154
8	0,8	1,9689	1,9733	0,225	2,5433	2,5479	0,183	3,1177	3,123	0,156
9	0,9	1,0336	1,0357	0,206	1,3302	1,3324	0,163	1,6828	1,629	0,136

Tabelul 3. Săgeți pentru grinda simplu rezemată când forța este aplicată la distanța $a = 0,3$ m

Nr. crt.	x [m]	$P = 10$ N			$P = 20$ N			$P = 30$ N		
		v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]
1	0,1	1,2834	1,2861	0,212	1,8297	1,8328	0,170	2,3761	2,380	0,148
2	0,2	2,4215	2,4267	0,214	3,4487	3,4546	0,173	4,4758	4,483	0,151
3	0,3	3,2858	3,2930	0,219	4,6626	4,6710	0,180	6,0394	6,049	0,158
4	0,4	3,7812	3,7891	0,209	5,3266	5,3355	0,168	6,8720	6,882	0,145
5	0,5	3,8932	3,9012	0,206	5,4386	5,4474	0,163	6,9839	6,994	0,139
6	0,6	3,6408	3,6482	0,205	5,0456	5,0538	0,161	6,4505	6,459	0,137
7	0,7	3,0611	3,0674	0,206	4,2131	4,2199	0,162	5,3651	5,372	0,136
8	0,8	2,2092	2,2138	0,207	3,0421	3,0290	0,163	3,8389	3,844	0,137
9	0,9	1,1585	1,1641	0,482	1,5800	1,5794	-0,03	2,0014	2,003	0,096

CERCETARE ȘI INOVARE ÎN INGINERIE MECANICĂ

Tabelul 4. Săgeți pentru grinda simplu rezemată când forța este aplicată la distanța $a = 0,4$ m

Nr. crt.	x [m]	$P = 10$ N			$P = 20$ N			$P = 30$ N		
		v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]
1	0,1	1,3271	1,3297	0,200	1,9171	1,9201	0,155	2,5072	2,511	0,132
2	0,2	2,5183	2,5287	0,412	3,6422	3,6476	0,148	4,7661	4,772	0,125
3	0,3	3,4544	3,4614	0,203	4,9998	5,0079	0,161	6,5452	6,554	0,140
4	0,4	4,0341	4,0426	0,209	5,8324	5,8422	0,168	7,6306	7,642	0,147
5	0,5	4,1898	4,1982	0,202	6,0317	6,0414	0,160	7,8737	7,885	0,137
6	0,6	3,9342	3,9420	0,199	5,6326	5,6413	0,156	7,3309	7,341	0,133
7	0,7	3,3139	3,3205	0,198	4,7188	4,7261	0,154	6,1237	6,132	0,131
8	0,8	2,3934	2,3982	0,199	3,3925	3,3977	0,155	4,3915	4,397	0,130
9	0,9	1,2553	1,2578	0,201	1,7735	1,7763	0,156	2,2918	2,295	0,131

Tabelul 5. Săgeți pentru grinda simplu rezemată când forța este aplicată la distanța $a = 0,5$ m

Nr. crt.	x [m]	$P = 10$ N			$P = 20$ N			$P = 30$ N		
		v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]	v_A [mm]	v_{MEF} [mm]	ε [%]
1	0,1	1,3146	1,3172	0,198	1,8921	1,8951	0,154	2,4697	2,473	0,130
2	0,2	2,5027	2,5076	0,197	3,6110	3,6165	0,153	4,7193	4,725	0,130
3	0,3	3,4544	3,4612	0,197	4,9998	5,0075	0,154	6,5452	6,554	0,132
4	0,4	4,0778	4,0860	0,200	5,9198	5,9291	0,158	7,7617	7,772	0,136
5	0,5	4,2990	4,3079	0,205	6,2503	6,2606	0,165	8,2015	8,213	0,143
6	0,6	4,0778	4,0860	0,200	5,9198	5,9291	0,158	7,7617	7,772	0,136
7	0,7	3,4544	3,4612	0,197	4,9998	5,0075	0,154	6,5452	6,554	0,132
8	0,8	2,5027	2,5076	0,197	3,6110	3,6165	0,153	4,7193	4,725	0,130
9	0,9	1,3146	1,3172	0,198	1,8921	1,8951	0,154	2,4697	2,473	0,130

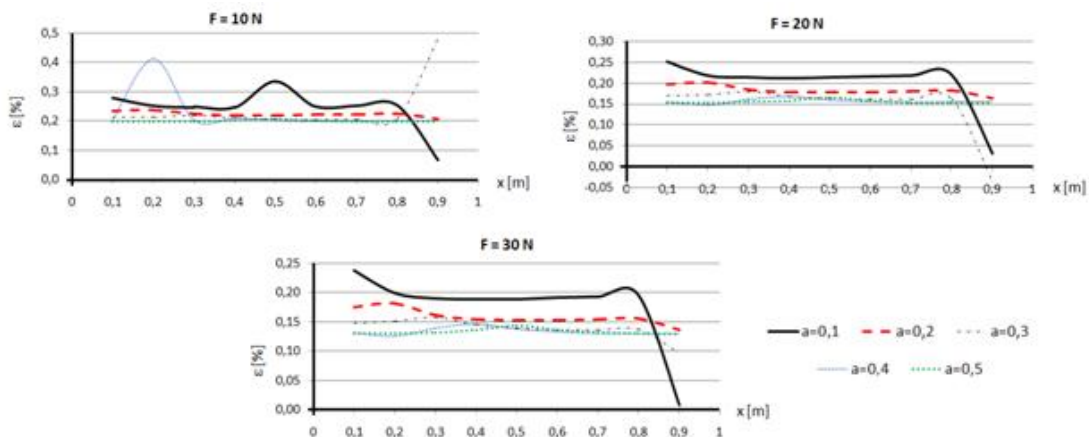


Fig. 1.3. Erori pentru valorile săgeților obținute numeric și analitic.

6. DEZVOLTARE REȚEA NEURONALĂ

În această secțiune, pe baza calculului analitic pentru determinarea deplasării fibrei medii deformată, pentru grinda prezentată, este dezvoltată și testată o rețea neuronală artificială de tip Feedforward-Backpropagation care este antrenată pentru a determina poziția și valoarea unei forțe concentrate care acționează asupra barei [7, 8].

Rețelele de tip feedforward denumite și perceptroni multistrat (MLP), sunt modelele de învățare automată care presupun antrenarea rețelei prin

aproximarea unei funcții prag în concordanță cu valorile de intrare și ieșire. Pe baza acestor valori de antrenare modelul trebuie să găsească o funcție ipoteză care să coincidă cu funcția prag sau cel puțin să o aproximeze destul de bine. Aceste modele sunt numite feedforward deoarece informațiile circulă pornind de la funcția evaluată pe baza valorilor de intrare, apoi prin calculele intermediare utilizate pentru a defini funcția prag și, în final, către rezultat.

Algoritmul de backpropagation este o metodă de învățare supervizată pentru rețelele de tip feedforward multistrat și are rolul de a modela o funcție dată prin

DETERMINAREA POZIȚIEI ȘI MĂRIMII FORȚEI CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA UNEI GRINZI UTILIZÂND INTELIGENȚA ARTIFICIALĂ

modificarea ponderilor interne ale fiecărei intrări pentru a produce un semnal de ieșire așteptat [9,10].

În această lucrare rețeaua neuronală artificială a fost dezvoltată prin utilizarea programului Matlab pe baza datelor de antrenare obținute prin metoda folosită în secțiunea anterioară. Parametrii rețelei sunt prezentați în figura 1.4.

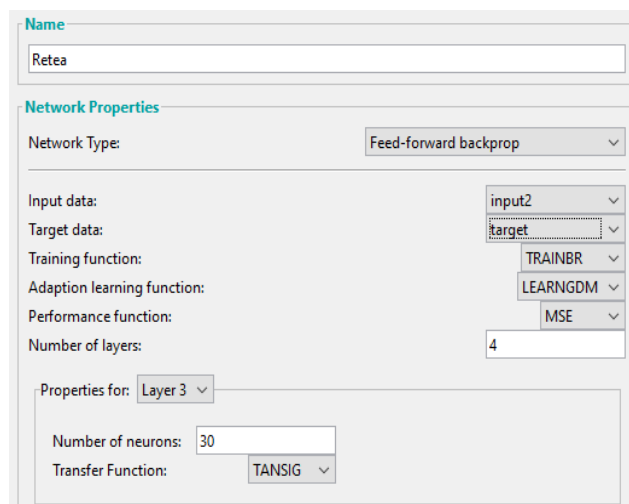


Fig. 1.4. Tipul de rețea și parametrii utilizați pentru antrenare.

Datele de antrenare constau în valori de intrare, și anume valoarea deplasării fibrei medii deformată determinată pentru 9 poziții de-a lungul barei, când asupra ei acționează o forță concentrată de poziție cunoscută. Fiecărei set de valori de intrare i s-au alocat două valori de ieșire, acestea fiind poziția și valoarea forței, după cum este prezentat în tabele 1 – 5. Performanța obținută pentru rețeaua dezvoltată este prezentată în figura 1.5.

Precizia rețelei de a determina valoarea și poziția forței concentrate care acționează asupra barei, a fost

testată prin utilizarea deformațiilor obținute prin analiză MEF în programul SolidWorks simulation. Pentru testare s-au luat în considerare aceleași 9 poziții ale senzorilor, dar pozițiile în care a fost aplicată forța s-au modificat, pentru a nu corespunde cu datele de antrenare.

Rezultatele obținute precum și precizia de determinare a rețelei neuronale dezvoltată sunt prezentate în tabelul 6. Din acest tabel se poate observa că valorile estimate ale poziției și ale forței sunt foarte apropiate de cele reale, eroarea maximă pentru determinarea forței fiind de 2,5% iar pentru determinarea poziției 0,23%.

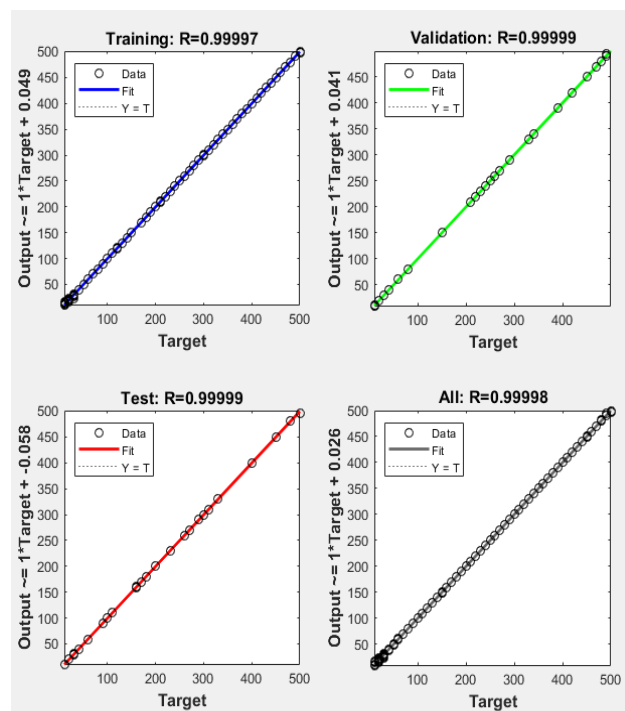


Fig. 1.5. Rezultatele antrenării rețelei neuronale.

Tabelul 6. Rezultatele obținute prin utilizarea rețelei neuronale artificiale

Scenariu	MEF	Predicție rețea neuronală				
	Valoare forță [N]	Poziție forță [mm]	Valoare forță [N]	Eroare [%]	Poziție forță [mm]	Eroare [%]
1	10	100	10	0	99,41	0,06
2	10	333	10,1	1	333,7	0,07
3	20	400	20,5	2,5	400,7	0,07
4	10	380	10	0	375,1	0,13
5	30	320	30	0	317,0	0,09
6	30	450	30	0	460,5	0,23
7	30	550	30	0	551,0	0,02
8	20	689	20	0	684,0	0,07
9	20	742	20	0	742,5	0,00
10	10	896	10	0	890,0	0,07

7. CONCLUZII

Din analiza datelor obținute din calculul analitic utilizând relația (1.3) și a rezultatelor numerice se poate constata o foarte bună concordanță între cele două metode. Erorile dintre valorile săgeților pentru cele două metode sunt sub 0,5% pentru încărcări mici ale grinzii ($P = 10$ N), ajungând la valori de sub 0,3% pentru încărcări mai mari ($P = 20$ N, respectiv $P = 30$ N), valori prezentate în tabelele 1 – 5 și ilustrate în figura 1.3. Cu o singură excepție, calculul numeric are o tendință de ușoară supraapreciere a săgeților.

Rezultatele obținute prin folosirea unei rețele neuronale, și anume valoarea estimată a poziției și a mărimii forței concentrate care acționează pe grinda simplu rezemată, arată că rețeaua neuronală poate fi utilizată cu succes. În urma analizei valorilor estimate, rezultă că cea mai mare eroare la determinarea valorii forței a fost obținută pentru Scenariul 3, și anume 2,5%. În ceea ce privește eroarea cea mai mare obținută la estimarea poziției forței, aceasta este de 0,23% și a fost obținută pentru Scenariul 6. Din valorile de predicție prezentate, putem concluziona că metoda dezvoltată ar putea oferi date fiabile referitoare la gradul de încărcare a structurilor de tip grindă.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Bejan M., Simion M., Cherecheș I.A., Lakatos G.D., Vidican I., *Compendii din rezistența materialelor*, Editura AGIR, Cluj-Napoca, România, 2013.
- [2] Babeu T., *Teoria elementară a rezistenței materialelor, Monografii Rezmot 5*, Ed. Mirton, Timișoara, România, 1998.
- [3] Sofonea G., Pascu A.M., *Rezistența materialelor II*, Ed. Universității “Lucian Blaga”, Sibiu, România, 2007.
- [4] Avila J.A., Chen C., *Strength of Materials*, IntechOpen, USA, 2020.
- [5] Timoshenko S., *Strength of Materials, Part I Elementary Theory and Problems*, Second Edition – Tenth Printing, Lancaster Press Inc., Lancaster PA. USA, 1948.
- [6] Nedelcu D., *Proiectare și simulare numerică cu SolidWorks*, Ed. Eurostampa, Timișoara, România, 2011.
- [7] Nawi N.M., Ransing R.S., Salleh M.N., Ghazali R., Hamid N.A., *An Improved Back Propagation Neural Network Algorithm on Classification Problems*, Communications in Computer and Information Science, vol 118. Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [8] Tadesse Z., Patel K.A., Chaudhary S., Nagpal A. K., *Neural networks for prediction of deflection in composite bridges*, Journal of Constructional Steel Research, Volume 68, Issue 1, 2012.
- [9] Gillich N., Tufisi C., Sacarea C., Rusu C.V., Gillich G.R., *Beam Damage Assessment Using Natural Frequency Shift and Machine Learning*, Sensors 2022, 22(3), 1118, 2022.
- [10] Beljkaš Z., Baša N., *Neural Networks—Deflection Prediction of Continuous Beams with GFRP Reinforcement*, Applied Sciences 11, no. 8: 3429, 2021.

Despre autori

Student Nicoleta BĂCESCU

Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj-Napoca, Facultatea de Inginerie, Reșița, România

Student anul IV, secția Inginerie Mecanică. Participări la conferințe și premii obținute:

- SSING (13÷14.04.2022) obținând premiul III sub coordonarea S.I.dr.ing. Cojocar Vasile
- EMING (4÷7.05.2022) obținând :
 - premiul II sub coordonarea Prof.univ.dr.ing. Frunzăverde Doina
 - premiul II sub coordonarea S.I.dr.ing.abil. Praisach Zeno-Iosif
 - premiul III sub coordonarea S.I.dr.ing. Cojocar Vasile
- Inovation Labs (4÷7.05.2022) obținând premiul Special sub coordonarea Prof.univ.dr.ing. Gillich Gilbert-Rainer. Câștigătoarea Premiului Excellentia categoria studenți.

Student Antonio-Patrik NEDELCU

Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj-Napoca, Facultatea de Inginerie, Reșița, România

Student anul III, secția Inginerie Mecanică. Participări la conferințe și premii obținute:

- EMING (16÷17.05.2020) obținând premiul III sub coordonarea Lect.univ.dr.Andrea-Amalia Minda
- EMING (13÷16.11.2020) obținând premiul II sub coordonarea S.I.dr.ing. Lenuta Cîndea
- SSING (13÷14.04.2022) sub coordonarea S.I.dr.ing.abil. Praisach Zeno-Iosif
- EMING (4÷7.05.2022) obținând premiul II sub coordonarea S.I.dr.ing.abil. Praisach Zeno-Iosif

Student Bogdan-Emilian ȚENESCU

Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj-Napoca, Facultatea de Inginerie, Reșița, România

Student anul III, secția Inginerie Mecanică. Participări la conferințe și premii obținute:

- SSING (13÷14.04.2022) sub coordonarea S.I.dr.ing.abil. Praisach Zeno-Iosif
- EMING (4÷7.05.2022) obținând premiul II sub coordonarea S.I.dr.ing.abil. Praisach Zeno-Iosif