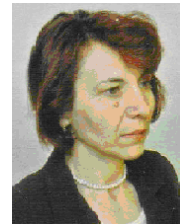


ASUPRA DEPLASĂRILOR LATERALE ALE ARCURILOR ELICOIDALE

Ing. Maria LĂUTARU

Regionala de Transport Feroviar de Călători, Timișoara

Absolventă a Universității Politehnica din Timișoara, în prezent doctorand al Facultății de Mecanică din Timișoara, Catedra de Rezistența Materialelor. Este șeful atelierului de reparații vagoane la Revizia de Vagoane din Timișoara. Membră a AGIR.



REZUMAT. Lucrarea realizează o analiză teoretică a deplasărilor laterale la arcurile de lungimi mari utilizate în sistemul de suspensii ale vehiculelor feroviare în vederea atingerii parametrilor optimi de proiectare, execuție și utilizare.

Cuvinte cheie : arcuri elicoidale, suspensii feroviare, deformații, deplasări laterale.

ABSTRACT. This paper intends to make a theoretical analysis of the lateral moments for the long sized compression springs used in the suspension system of the railway vehicles in order to reach the optimal design, execution and operation parameters.

Keywords: cylindrical springs, railway vehicles suspensions, lateral movements.

1. INTRODUCERE

În cazul unei lungimi mari V a arcului liber în raport cu raza R , acesta poate să-și piardă stabilitatea în direcția perpendiculară pe axa arcului, rezultând deplasări laterale ale acestuia, fenomen cunoscut sub numele de flambaj. Instabilitatea mai este influențată de:

- modul cum sunt fixate capetele arcului;
- de secțiunea spirei;
- de direcția forței aplicate în raport cu secțiunea spirei;
- de direcția forței aplicate în raport cu axa arcului.

În practică apar frecvent două tipuri de flambaj sau de instabilitate laterală a arcurilor elicoidale de compresiune. Primul se referă la un arc cu capetele fixe (fig. 1, cazul A) ce rămân pe aceeași axă, comprimat între două plăci obligate să rămână paralele. În cazul B din figura 1, un capăt al arcului este fix pe o placă, iar celălalt este obligat să rămână pe placa paralelă, dar cele două capete nu mai rămân pe aceeași axă. Al doilea capăt se poate deplasa lateral, dar nu se poate roti. Cazul B se fososește în mod deosebit atunci când arcurile sunt utilizate ca izolatori de vibrații pentru susținerea unui echipament.

2. CALCULUL, REPREZENTAREA ȘI VERIFICAREA GRAFICĂ A DEPLASĂRILOR LATERALE

Un studiu teoretic al deplasărilor laterale ale arcurilor elicoidale de compresiune arată că deformația critică a spirei să fie mai mic de aproximativ 2,7, iar în cazul A σ_{cr} , adică deformația la care apare instabilitatea, de-

pinde de lungimea l_0 , de raportul l_0/D și de modul de fixare a capetelor arcului. Raportul σ_{cr}/l_0 este reprezentat în funcție de raportul l_0/D în figura 2. Curbele sunt trasate pentru cazurile A și B. Astfel cu ajutorul raportului l_0/D se poate găsi raportul σ_{cr}/l_0 .

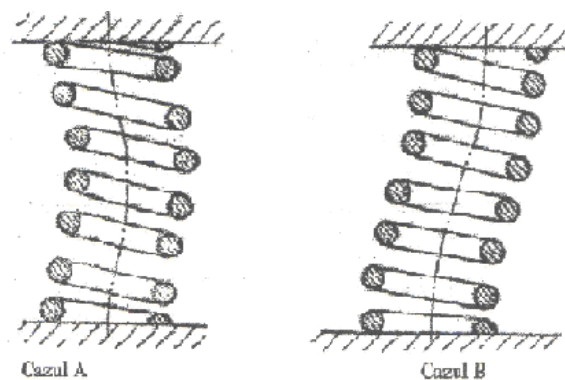


Fig. 1

Sarcinile de flambaj atât în cazul A cât și în cazul B sunt ceva mai mici decât cele reprezentate în figura 2 datorită faptului că extremitățile arcului nu sunt perfect fixate cum se presupune în teorie. Rezultatele încercărilor arcurilor cu capete care pivotează, obligate să rămână axial, concordă cu cele date de curba din cazul B.

După cum observăm din diagrama trasată în figura 2, nu apare nici o instabilitate dacă arcul din cazul B este comprimat până la atingerea spirelor cu condiția ca raportul dintre lungimea liberă și diametrul mediu al spirei să fie mai mic de aproximativ 2,7, iar în cazul A raportul să fie aproximativ 5,3.

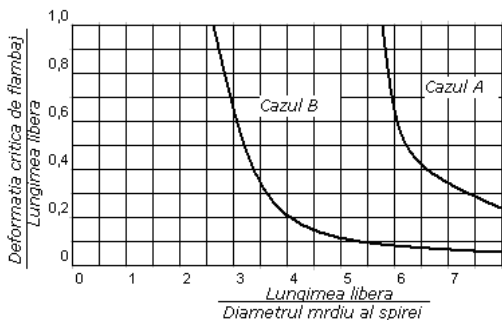


Fig. 2

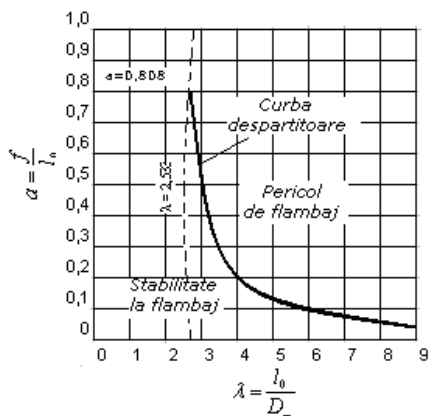


Fig. 3

Pentru arcurile elicoidale cilindrice cu secțiunea circulară, verificarea la flambaj se face cu ajutorul diagramei prezentate în figura 3 în funcție de coeficientul de zveltete $\lambda = l_0/D_m$ și coeficientul de arcuire $a = f/l_0$.

Schema de calcul a arcului elicoidal cilindric de compresiune de secțiune circulară este prezentată în tabelul 1.

3. CALCULUL TEORETIC AL DEPLASĂRILOR LATERALE ALE ARCURILOR ÎN STARE NEDEFORMATĂ

Fenomenul deplasării laterale a arcului elicoidal este unul dintre fenomenele mai puțin cercetate în literatura de specialitate. El este provocat în principal de excentricitatea centrului elastic al capetelor arcului sau chiar a existenței unei componente transversale (laterale). Așa cum reiese din figura 4 (analog fig. 1 cazul B), săgeata laterală f_q se calculează de exemplu, după S. Gross, pentru o forță P de compresiune și Q laterală cu relația :

$$f_q = \frac{Q}{P} \frac{q}{K_1} \left(1 + \frac{P}{S}\right) \operatorname{tg} \left(K_1' \frac{L}{2}\right) - L \quad (1)$$

destul de complicată, în care :

$$K_1' = \frac{P}{B} \left(1 + \frac{P}{S}\right) \quad (2)$$

B fiind rigiditatea la încovoiere și S rigiditatea la torsiune.

Tabelul 1

Parametrii principali ai arcului	Simbol	Unitate de măsură	Relații de calcul
Indicele arcului	i		Se admite constructiv : $i \in (4...12)$
Gradul de asimetrie	R		$R = F_1/F_2$
Coeficient de corecție	K		STAS 7067-87
Rezistența admisibilă	τ_a	MPa	STAS 7067-87
Diametrul barei de arc	d	mm	$d = \sqrt{\frac{8KF_2i}{n\tau_a}}$
Diametrul mediu al arcului	D	mm	$D_m = id$
Modul de elasticitate	G	MPa	STAS 7067-87
Numărul de spire active	n		$n = \frac{Gd^4 f_2}{8D_m^3 F_2}$
Numărul total de spire	n_i		$n_r = 1,5$ pt. $n < 7$ $n_r = 1,5...3,5$ pt. $n > 7$
Unghiul elicei	α	grade	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\pi D_n}$
Pasul arcului	t	mm	$t = \pi D_m \operatorname{tg} \alpha$
Înălțimea în stare liberă	H_0	mm	$H_0 = tn + (n_r - 0,5)d$
Înălțimea la blocare	H_b	mm	$H_b = (n + n_r)d$
Sarcina de încercare	F_3	N	$F_3 = \frac{\pi d^3 \tau_a}{8D_m}$
Săgeata de montaj	f_1	mm	$f_1 = \frac{8D_m^3 n}{Gd^4} F_2$
Săgeata de lucru	f_2	mm	$f_2 = \frac{8D_m^3 n}{Gd^4} F_2$
Înălțimea la încercare	H_3	mm	$H_3 = H_b + (0,12 \div 0,15)nd$
Lungimea desfășurată	l	mm	$l = \frac{\pi D_m (n + n_r)}{\cos \alpha}$

Pentru secțiunea circulară :

$$B = \frac{D^4 G}{32 \left(1 + 2 \frac{G}{E}\right) IR} \quad L = \frac{2R^2 K}{1 + 2 \frac{G}{R}} L \quad (3)$$

pentru oțel când : $\frac{G}{E} = 0,386$, avem :

$$B = \frac{D^4 G}{64 \frac{G}{E} IR^3} L = \frac{K}{\frac{G}{E}} L = \frac{KEL}{G} \quad (4)$$

$$S = 2,59KL$$

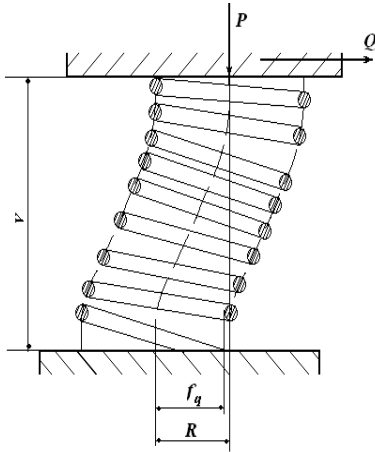


Fig. 4

Pentru calculul de ordinul I al deplasărilor laterale, rezultatele obținute la început de C.E. Crede și preluate de Wahl-Fisher, nu pot explica decât în proporție de 25 % din rezultatele experimentale, acestea acuzând în cazul deplasărilor mari o flexibilitate laterală mult mai mare decât cea circulară.

Pentru a reproduce calculul de ordinul I al arcului de pantă γ ($\text{tg}\gamma = \frac{p}{2\pi R} = \frac{H}{R}$), confecționat din seria de N spire complete, înfășurate pe cilindrul de rază R , cercetările făcute arată că flexibilitatea integrală a arcului în stare nedeformată este bine aproximată de flexibilitatea unei bare drepte având aceiași lungime și proprietăți elastice reprezentabile direct în termenii flexibilității la torsiune-încovoiere ale sârmei elicoidale.

În cadrul acestei aproximații ce explică “exact” calculul întreprins de C.E. Crede – preluat apoi de S. Gross și Wahl-Fisher, rezultă clar termenul de cuplare între deplasarea laterală și excentricitatea e a încărcării axiale realizat prin flexibilitatea mixtă :

$$d_{15} = d_{24} = \frac{9 SL^2}{10 GI_p} \quad (5)$$

astfel, încărcarea excentrică axială a capătului liber provoacă deplasarea laterală:

$$U_L = \frac{SR^2}{GI_p} \left[\frac{9 Le}{20 R^2} - \left(\frac{h}{R} \right) \right] P$$

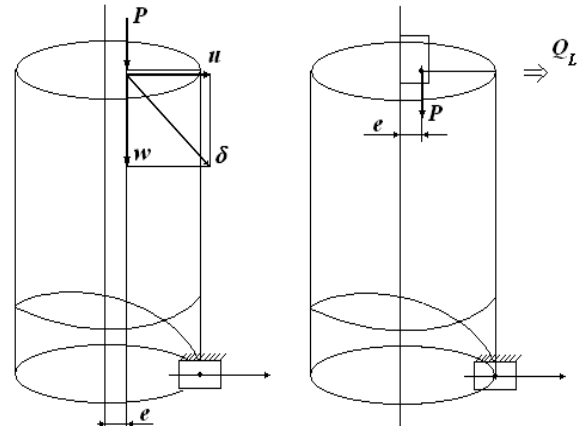


Fig. 5

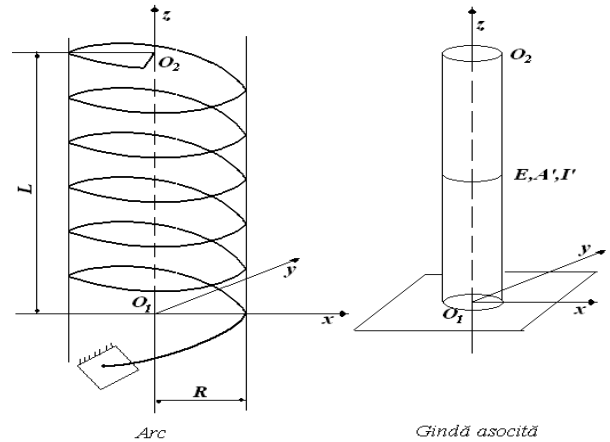


Fig. 6

a cărei împiedicare induce forța laterală :

$$Q_L = - \frac{\left(\frac{9}{20} \right) \frac{Le}{R^2} - \left(\frac{h}{R} \right)}{\frac{3}{10} \left(\frac{L}{R} \right)^2 + \frac{2}{5}} \quad (7)$$

Avem în limitele aproximației de ordinul I, relația de liniaritate între șuruburile omogene deplasare-forță din capătul liber O_2 , $\hat{\delta}_2$ și \hat{F}_2 :

$$\hat{\delta}_2 = \{ u \quad v \quad w \mid L\theta_x \quad L\theta_y \quad L\theta_z \}$$

$$\hat{F}_2 = \left\{ X \quad Y \quad Z \mid \frac{M_x}{L} \quad \frac{M_y}{L} \quad \frac{M_z}{L} \right\} \quad (8)$$

$$\hat{\delta}_2 = D_{22} \cdot \hat{F}_2$$

unde D_{22} este matricea real simetrică de flexibilitate.

Pentru grinda arcului elicoidal matricea real simetrică de flexibilitate este de forma din relația (9).

$$D_{22} = \begin{bmatrix} \frac{L^2}{3EI} + \frac{1}{GA} & & & & \frac{L^2}{2EI} \\ & \frac{L^2}{3EI} + \frac{1}{GA} & & & -\frac{L^2}{2EI} \\ \frac{h}{R} & & & \frac{1}{EA} & \\ & & -\frac{L^2}{2EI} & & \frac{L^2}{EI} \\ \frac{L^2}{2EI} & & & & \frac{L^2}{EI} \\ & & & & & \frac{L^2}{GI} \end{bmatrix} \quad D_{22} = \frac{SR^2}{GI_p} \begin{bmatrix} \frac{3}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 + \frac{2}{5} & & & & \frac{9}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \\ & \frac{3}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 + \frac{2}{5} & & & -\frac{9}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \\ \frac{h}{R} & & & & \\ & & -\frac{9}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 & & \frac{9}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \\ \frac{9}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 & & & & \frac{9}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \\ & & & & & \frac{9}{10} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

unde lungimea sârmei este:

$$S = 2\pi N \frac{R}{\cos \gamma} = L \frac{R}{4 \cos \gamma} \quad (13)$$

iar pentru arcul elicoidal, angajând doar flexibilitățile la torsiune-încovoiere ale sârmei, pentru $\frac{1}{EI} \cong \frac{4}{5GI_p}$ se

Flexibilitatea cuplajelor translație-rotatie :

obține matricea real-simetrică de flexibilitate pentru seria de spire plane de lungime L .

$$D_{12} = (2\pi N)^2 \cdot \frac{R}{\cos \gamma} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{4} \left(\frac{h}{R}\right) \quad (14)$$

Flexibilitatea la relații :

Flexibilitatea la translație:

$$D_{22} = 2\pi N \frac{R}{\cos \gamma} \begin{bmatrix} \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \\ \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \\ \phi_{30} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$D_{11} = \frac{R}{\cos \gamma} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \left(\frac{h}{R}\right)^2 \cdot \frac{(2\pi N)^3}{3} + \begin{bmatrix} \frac{\phi_{30}}{2} & 0 & \phi_{10} \left(\frac{h}{R}\right) \\ 0 & \frac{\phi_{30}}{2} & 0 \\ \phi_{10} \left(\frac{h}{R}\right) & 0 & \phi_{10} \end{bmatrix} \cdot 2\pi N \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{10} & 0 & -\phi_{13} \\ 0 & \phi_{20} & 0 \\ -\phi_{13} & 0 & -\phi_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{R^2}{GI_p} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^2}{EI} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2}{EI} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} =$$

Pentru flexibilitatea locală raportată la baza Frenet $[\bar{t} \quad \bar{n} \quad \bar{b}]$ diagonală – neglijând efectul local de întindere, compresiune și tăietor, reținând doar efectul torsiune-încovoiere, avem :

$$= \begin{bmatrix} \frac{R^2}{GI_p} \cos^2 \gamma + \frac{R^2}{EI} \sin^2 \gamma & 0 & -\left(\frac{R^2}{GI_p} - \frac{R^2}{EI}\right) \cdot \sin \gamma \cos \gamma \\ 0 & \frac{R^2}{EI} & 0 \\ -\left(\frac{R^2}{GI_p} - \frac{R^2}{EI}\right) \cdot \sin \gamma \cos \gamma & 0 & \frac{R^2}{GI_p} \cos^2 \gamma + \frac{R^2}{EI} \sin^2 \gamma \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$D_{AA} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{GI_p} \\ \frac{1}{EI_n} \\ \frac{1}{EI_b} \end{bmatrix}, I_n = I_b = \frac{I_p}{2} \quad (16)$$

Rezultatele experimentale acuză însă valori mici ale deplasării laterale degajate în această aproximație în special la deplasări verticale mari.

și pentru : $T_{OA}^D = (T_{OA}^D)^T = \begin{bmatrix} E & OAX \\ O & E \end{bmatrix}$ rezultă seria de N spire complete.

Conținând termenii liniari în lungimea sârmei de-a lungul deformației medii, adică modificarea flexibilității pe durata deformării. Este deci necesar să detinem întâi răspunsuri reale ale arcului pentru a ajunge la ceva practic : o teorie bună.

$S = 2\pi N \frac{R}{\cos \gamma}$ proveniți din torsiune și încovoiere distribuită uniform pe elice și termenii pătratici și cubici în $L = 2\pi N h$ lungimea “barei asociate” coloanei de spire.

Flexibilitatea în deplasare provocată de momentul de încovoiere :

$$D_{15} = -D_{24} = -2\pi N \frac{R}{\cos \gamma} \cdot \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{4} \left(\frac{h}{R} \right) \quad (17)$$

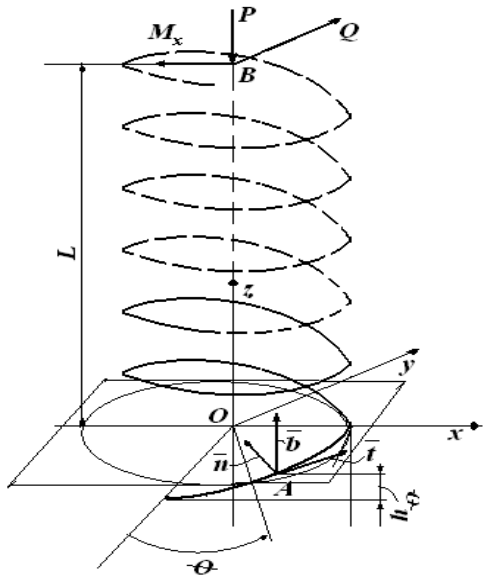


Fig. 7

Este de fapt cea determinată de Crede în anul 1951 și este inferioară celei reale.

$$\hat{\delta}_0 = D_{00} \cdot \hat{F}_0$$

$$\hat{\delta}_0 = \left\{ \begin{matrix} u & v & w \\ R\theta_x & R\theta_y & R\theta_z \end{matrix} \right\} \quad (18)$$

$$\hat{F}_0 = \left\{ \begin{matrix} X & Y & Z \\ \frac{M_x}{R} & \frac{M_y}{R} & \frac{M_z}{R} \end{matrix} \right\}$$

unde: $D_{00} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{bmatrix}$ este matricea de flexibilitate integrală a seriei de spire:

$$D_{00} = \left(\int T_{OA}^D \cdot D_{AA} \cdot t_{OA}^F \cdot ds \right) \cdot \hat{F}_0$$

$$\hat{F}_0 = T_{OB}^F \cdot \hat{F}_B = \begin{bmatrix} \underline{E} & \underline{Q} \\ \underline{OBX} & \underline{E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{F}_B \\ \underline{M}_B \end{bmatrix} \quad (19)$$

Pentru a ne apropia de rezultatele experimentale, o teorie bună trebuie să antreneze în calcul „rotația spirei”

4. CONCLUZII

După scopul urmărit, după materialul pe care îl întrebuințăm, după spațiul disponibil în care le vom monta și după modul în care vor lucra, arcurile se clasifică în diferite tipuri constructive.

Pentru a corespunde scopului urmărit arcurile trebuie să îndeplinească anumite condiții, fiind necesare următoarele aspecte :

- să găsim legătura dintre sarcina care lucrează asupra arcului și deformarea acestuia sub acțiunea sarcinii;
- să dimensionăm arcul în raport cu mărimea sarcinii de lucru astfel încât să nu depășim solicitarea materialului dar nici să nu facem risipă de material;
- să stabilim lucrul mecanic posibil de deformare a arcului în funcție de deformarea și încărcarea lui și în funcție de solicitarea materialului. În exploatarea feroviară, în timpul rulării, pe lângă sarcina statică, arcul se încarcă suplimentar din mai multe cauze: forța centrifugă necompensată care acționează asupra părților suspendate ale vehiculului la trecerea prin curbe, presiunea vântului, forțele de inerție la pornirea și oprirea vehiculului, supra-sarcina dinamică datorită oscilațiilor vehiculului. Pentru a preveni defectarea arcurilor în exploatare, neparallelismul maxim între suprafețele de asezare ale arcurilor și înclinația maximă a axei arcului față de aceste suprafețe, nu trebuie să depășească 3 mm;
- la arcurile cilindrice de compresiune de lungimi mari, pentru $\lambda_0 = \frac{l_0}{D_m} > 3$ poate să apară flambajul în timpul funcționării, ca atare se impune ghidarea arcurilor pe cepuri cilindrice sau tuburi;
- calculul arcurilor elicoidale de compresiune-întindere este standardizat prin STAS 7067-87;

BIBLIOGRAFIE

- [1] D.D. Boiangiu, *Arcuri*, Editura Didactică și Pedagogică, 1972.
- [2] C. E. Crede, *Vibration and Shock Isolation*, John Wiley & Sohn, New York, 1951.
- [3] S. Gross, *Calculation and Design of Metal Springs*, Chapman and Hall Ltd, London, 1966.
- [4] Hettinger Baldwin, *Meßtechnik*, 84008.
- [5] Manea, *Organe de mașini*. Editura Didactică și Pedagogică, 1980.
- [5] L. Dungan, M Herman, *Analiza comparativa a elementelor elastice utilizate in suspensia vehiculelor feroviare*, 2001